www.konkur.in

ریاضی (۱)

۵۱- گزینهٔ «۲» (علی ارجمند)

A: گروه سرود

B: گروه تئاتر

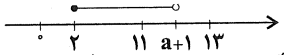
$$n((A\cup B)') = ۵$$
$$\Rightarrow n(A\cup B) = n(U) - n((A\cup B)') = ۳۵ - ۵ = ۳۰$$
$$n(A\cup B) = n(A) + n(B) - n(A\cap B)$$
$$\Rightarrow ۳۰ = ۱۵ + ۲۰ - n(A\cap B) \Rightarrow n(A\cap B) = ۵$$
$$n(A-B) + (B-A) = n(A\cup B) - n(A\cap B) = ۳۰ - ۵ = ۲۵$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۵۲- گزینهٔ «۳» (میلاد منصوری)

چون بازه از ۲ شروع می‌شود، فقط اعداد فرد $۳,۵,۷,۹,۱۱$ در این بازه قرار می‌گیرند. بنابراین:

$$۱۱ < a+۱ \le ۱۳ \Rightarrow ۱۰ < a \le ۱۲$$



(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

۵۳- گزینهٔ «۴» (میلاد منصوری)

تعداد دایره‌های توپر در شکل اول و دوم با هم برابر است. به همین ترتیب در شکل‌های سوم و چهارم نیز تعداد دایره‌های توپر با هم برابر است. پس تعداد دایره‌های توپر در شکل نوزدهم و بیستم نیز با هم برابر است.

تعداد دایره‌های توپر در شکل اول و دوم : $۲^۲$

تعداد دایره‌های توپر در شکل سوم و چهارم : $۳^۲$

$$\vdots$$

تعداد دایره‌های توپر در شکل $۲n-۱$ و $۲n$: $(n+۱)^۲$

تعداد دایره‌های توپر در شکل نوزدهم و بیستم : $۱۱^۲ = ۱۲۱$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰ کتاب درسی)

۵۴- گزینهٔ «۱» (میلاد منصوری)

فرض می‌کنیم قدرنسبت دنباله، d باشد: $t_۷ = t_۱ + ۶d$

اگر قدرنسبت را مجذور کنیم، داریم: $t'_۷ = t_۱ + ۶d^۲$

$$t'_۷ = t_۷ + ۱۲ \Rightarrow t_۱ + ۶d^۲ = t_۱ + ۶d + ۱۲$$
$$\Rightarrow d^۲ - d - ۲ = ۰ \Rightarrow (d-۲)(d+۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} d = -۱ \\ \text{یا} \\ d = ۲ \end{cases}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۵۵- گزینهٔ «۳» (حمید علیزاده)

$$t_۱ = ۴$$
$$t_۶ = t_۱ r^۵ = ۹۷۲ \Rightarrow r^۵ = \frac{۹۷۲}{۴} = ۲۴۳ \Rightarrow r = ۳$$

دو عدد وسطی = جملهٔ سوم و چهارم

$$t_۳ = t_۱ r^۲ = ۴\times ۹ = ۳۶$$
$$t_۴ = t_۱ r^۳ = ۴\times ۲۷ = ۱۰۸$$
$$\Rightarrow \text{واسطهٔ حسابی} = \frac{t_۳ + t_۴}{۲} = \frac{۳۶ + ۱۰۸}{۲} = ۷۲$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷ کتاب درسی)

۵۶- گزینهٔ «۴» (رحیم مشتاق‌نظم)

اگر قدرنسبت دنباله را با r نشان دهیم، خواهیم داشت: $r = \frac{۱}{۲}$

$$\begin{cases} b = ۲(b-a+۱) \\ \frac{ab}{۲} = ۲b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = ۶ \\ a = ۴ \end{cases}$$

جملات دنباله به صورت روبه‌رو است: $۲۴,۱۲,۶,۳$

مجموع جملات $= ۳ + ۶ + ۱۲ + ۲۴ = ۴۵$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

۵۷- گزینهٔ «۴» (میلاد منصوری)

دنبالهٔ داده شده : $۳,۱۰,۲۴,۵۲,\ldots$

با توجه به گزینه‌ها، اگر به هرکدام از جملات بالا، ۴ واحد اضافه کنیم، دنبالهٔ زیر را خواهیم داشت: $۷,۱۴,۲۸,۵۶,\ldots$

این دنباله، یک دنبالهٔ هندسی با قدر نسبت ۲ است.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

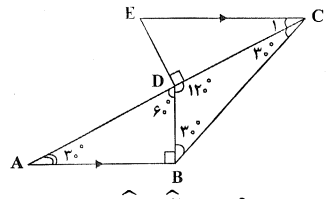
۵۸- گزینهٔ «۲» (میلاد منصوری)

دو مثلث $CA'A$ و $CB'B$ متشابه‌اند. بنابراین:

$$\frac{BB'}{AA'} = \frac{CB'}{CA'} = \frac{CB}{CA} = ۳, CB' = ۲CA$$
$$\cos\alpha = \frac{CA'}{CA} = \frac{CA'}{\frac{۱}{۲}CB'} = \frac{۲}{۳}$$
$$\sin^۲\alpha = ۱ - \cos^۲\alpha = ۱ - \frac{۴}{۹} = \frac{۵}{۹} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{۵}}{۳}$$
$$\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{۲ + \sqrt{۵}}{۳}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲ و ۴۳ کتاب درسی)

۵۹- گزینهٔ «۱» (امیر محمودیان)



$EC \parallel AB$, مورب $AC \Rightarrow \hat{A} = \hat{C}_۱ = ۳۰^\circ$

forum.konkur.in

www.konkur.in

$$\Rightarrow \cos ۳۰^\circ = \frac{CD}{CE} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \quad (۱)$$

با توجه به زوایای مشخص شده در شکل، مثلث BDC، متساوی‌الساقین است. بنابراین:

$$CD = BD \quad (۲)$$

$$\sin ۳۰^\circ = \frac{BD}{۱۲ - CD} = \frac{۱}{۲} \overset{(۲)}{\Rightarrow} ۲CD = ۱۲ - CD \Rightarrow CD = ۴$$

$$\xrightarrow{(۱)} CE = \frac{۲}{\sqrt{۳}} CD \Rightarrow CE = \frac{۸}{\sqrt{۳}}$$

$$\tan ۳۰^\circ = \frac{BD}{AB} \Rightarrow AB = \frac{۴}{\frac{\sqrt{۳}}{۳}} = \frac{۱۲}{\sqrt{۳}}$$

$$\frac{CE}{AB} = \frac{\frac{۸}{\sqrt{۳}}}{\frac{۱۲}{\sqrt{۳}}} = \frac{۲}{۳}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

۶۰- گزینهٔ «۲» *(حمید علیزاده)*

$$\overset{\Delta}{ACH}: \cos ۶۰^\circ = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AH = ۲/۵$$

$$S_{\overset{\Delta}{ACH}} = \frac{۱}{۲} AH \times AC \times \sin ۶۰^\circ = \frac{۱}{۲} \times ۲/۵ \times ۵ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۲۵\sqrt{۳}}{۸}$$

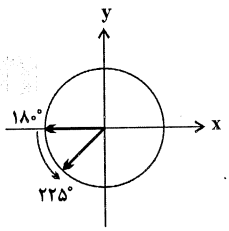
$$\overset{\Delta}{ABH}: \tan ۴۵^\circ = \frac{AH}{BH} \Rightarrow BH = ۲/۵$$

$$S_{\overset{\Delta}{ABH}} = \frac{۱}{۲} AH \times BH = \frac{۱}{۲} \times ۲/۵ \times ۲/۵ = \frac{۲۵}{۸}$$

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{ACH}}}{S_{\overset{\Delta}{ABH}}} = \frac{\frac{۲۵\sqrt{۳}}{۸}}{\frac{۲۵}{۸}} = \sqrt{۳}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

۶۱- گزینهٔ «۱» *(عاطفه خان‌محمدی)*



در این ناحیه، $\cos\theta < \sin\theta < ۰$ است.

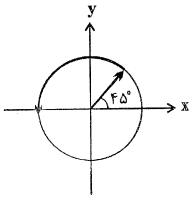
مقدار $\cos\theta$ همواره افزایش می‌یابد.

مقدار $\sin\theta$ همواره کاهش می‌یابد.

در این ناحیه $\cot\theta > ۰$ است، بنابراین همواره $\cos\theta < \cot\theta$ می‌باشد.

(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی)

۶۲- گزینهٔ «۲» *(مصطفی یونام‌مقدم)*



با توجه به دایره مثلثاتی داریم:

$$۰ < \sin\alpha \leq ۱ \Rightarrow ۰ < \frac{۵m+۱}{۳} \leq ۱$$

$$\Rightarrow ۰ < ۵m+۱ \leq ۳ \Rightarrow -۱ < ۵m \leq ۲ \Rightarrow -\frac{۱}{۵} < m \leq \frac{۲}{۵}$$

(مثلثات، صفحهٔ ۳۸ کتاب درسی)

۶۳- گزینهٔ «۱» *(مهدی تک)*

۱) $\cot\theta \times \cos\theta > ۰ \Rightarrow$ هم‌علامت‌اند. $\cos\theta, \cot\theta$

$\Rightarrow$ انتهای کمان زاویهٔ θ در ناحیهٔ اول یا دوم است.

۲) $\sin^۲\theta \times \tan\theta > ۰ \xrightarrow{\sin^۲\theta \geq ۰} \tan\theta > ۰$

$\Rightarrow$ انتهای کمان زاویهٔ θ در ناحیهٔ اول یا سوم است.

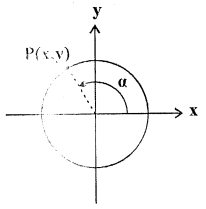
$\Rightarrow$ انتهای کمان زاویهٔ θ در ناحیهٔ اول واقع شده است. $\Rightarrow$ اشتراک

(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی)

۶۴- گزینهٔ «۴» *(حمید علیزاده)*

در دایرهٔ مثلثاتی، برای نقطهٔ P داریم:

$$\begin{cases} x = \cos\alpha \\ y = \sin\alpha \end{cases}$$



با توجه به این‌که زاویهٔ ۴۵° حکم نیمساز را دارد، بر اساس مقادیر x و y به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱) $۰^\circ < \alpha < ۴۵^\circ \Rightarrow \cos\alpha > \sin\alpha \Rightarrow \begin{cases} \cot\alpha > ۱ \\ ۰ < \tan\alpha < ۱ \end{cases}$

۲) $۲۲۵^\circ < \alpha < ۲۷۰^\circ \Rightarrow$ [illegible] $< \cos\alpha$

۳) $۳۱۵^\circ < \alpha < ۳۶۰^\circ \Rightarrow \begin{cases} \alpha > ۰ \\ \cot\alpha < ۰ \end{cases} \Rightarrow \cos\alpha > \cot\alpha$

۴) $۹۰^\circ < \alpha < ۱۳۵^\circ \Rightarrow \begin{cases} \sin\alpha > ۰ \\ \cos\alpha < ۰ \end{cases} \Rightarrow \sin\alpha > \cos\alpha$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی)

---

forum.konkur.in

www.konkur.in

۶۵- گزینهٔ «۳» (میلاد منصوری)

$$(1-\tan x)(1-\cot x)=(1-\frac{\sin x}{\cos x})(1-\frac{\cos x}{\sin x})$$

$$=\left(\frac{\cos x-\sin x}{\cos x}\right)\left(\frac{\sin x-\cos x}{\sin x}\right)=\frac{-(\sin x-\cos x)^2}{\sin x\cos x}>0$$

عبارت $-(\sin x-\cos x)^2$، نامثبت است. بنابراین مخرج کسر باید منفی باشد.

بنابراین:

$$\sin x\cos x<0\Rightarrow\begin{cases}\sin x<0,\cos x>0\Rightarrow\text{ناحیهٔ چهارم}\\ \text{یا}\\ \sin x>0,\cos x<0\Rightarrow\text{ناحیهٔ دوم}\end{cases}$$

در ناحیه‌های دوم و چهارم، عبارت داده شده، مقداری مثبت دارد.

(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱ کتاب درسی)

۶۶- گزینهٔ «۳» (عاطفه خان‌محمدی)

$$y=(m-1)x+n-5$$

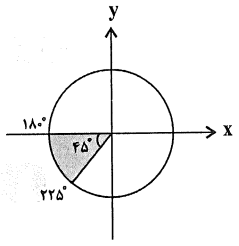
$$\text{شیب خط}=\tan 45^\circ=1=m-1\Rightarrow m=2$$

$$\text{نقطهٔ }(1,3)\text{ روی خط قرار دارد.}\Rightarrow 3=1+n-5\Rightarrow n=7$$

$$m+n=9$$

(مثلثات، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱ کتاب درسی)

۶۷- گزینهٔ «۱» (امیر محمودیان)



با توجه به دایرهٔ مثلثاتی، در محدودهٔ $180^\circ<x<225^\circ$ عرض نقاط بیشتر از طولشان است، بنابراین $\sin x>\cos x>0$.

$$\sqrt{1-2\sin x\cos x}\times\sqrt{1+\cot^2 x}$$

$$=\sqrt{\sin^2 x+\cos^2 x-2\sin x\cos x}\times\sqrt{1+\cot^2 x}$$

$$=\sqrt{(\sin x-\cos x)^2}\times\sqrt{\frac{1}{\sin^2 x}}$$

$$=|\sin x-\cos x|\times\frac{1}{|\sin x|}=(\sin x-\cos x)\times\left(-\frac{1}{\sin x}\right)$$

$$=-1+\cot x$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶ کتاب درسی)

۶۸- گزینهٔ «۴» (امیر محمودیان)

$$\frac{\tan x}{1+\cos x}+\frac{\tan x}{1-\cos x}=\tan x\left(\frac{1-\cos x+1+\cos x}{1-\cos^2 x}\right)$$

$$=\tan x\left(\frac{2}{\sin^2 x}\right)=m\Rightarrow\frac{1}{\sin x\cos x}=\frac{m}{2}$$

$$\Rightarrow\sin x\cos x=\frac{2}{m}$$

$$\sin^4 x+\cos^4 x=(\cos^2 x+\sin^2 x)^2-2(\sin x\cos x)^2$$

$$=1-2\times\frac{4}{m^2}=1-\frac{8}{m^2}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

۶۹- گزینهٔ «۳» (امیر محمودیان)

زمانی ریشهٔ سوم a از ریشهٔ پنجم a بزرگ‌تر است که $a>1$ یا $-1<a<0$

باشد اگر $a>1$ باشد، $a^4>a^2$, $a^3>a^2$

اگر $-1<a<0$ باشد، $a^4>a^3$ و $a^4>a^2$.

(توان‌های گویا و عبارت‌های [illegible] صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی)

۷۰- گزینهٔ «۲» (امیر محمودیان)

$$\sqrt{16}<\sqrt{20}<\sqrt{25}\Rightarrow 4<\sqrt{20}<5$$

$$\sqrt{25}<\sqrt{30}<\sqrt{36}\Rightarrow 5<\sqrt{30}<6\Rightarrow 15<3\sqrt{30}<18$$

$$\Rightarrow 19<\sqrt{20}+3\sqrt{30}<23\Rightarrow 16<\sqrt{20}+3\sqrt{30}<25$$

$$\Rightarrow 4<\sqrt{\sqrt{20}+3\sqrt{30}}<5$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های [illegible] صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی)

---

forum.konkur.in

www.konkur.in

ریاضی (۱)

۵۱- گزینهٔ «۱» «مهرداد شاهی»

$x = \text{ریشهٔ چهارم مثبت } ۲۵۶ = \sqrt[۴]{۲۵۶} = \sqrt[۴]{۴^۴} = ۴$

$y = \text{ریشهٔ سوم } ۲۷ = \sqrt[۳]{۲۷} = \sqrt[۳]{۳^۳} = ۳$

$z = \text{ریشهٔ دوم مثبت } ۱۶ = \sqrt{۱۶} = \sqrt{۴^۲} = ۴$

$$\frac{۵y - ۳x}{z} = \frac{۱۵ - ۱۲}{۴} = \frac{۳}{۴} = ۰/۷۵$$

(صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی)(توان‌های گویا و عبارت‌های چبری)

۵۲- گزینهٔ «۱» «احسان غنی‌زاده»

جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی یا عدد ثابت یا تابع درجهٔ یک نسبت به n به‌صورت $a_n = a_۱ + (n-۱)d$ است بنابراین ضریب $n^۲$ یعنی $k-۳$ باید صفر باشد؛

$$a_n = (k-۳)n^۲ + (k+۲)n + ۴ - k \xrightarrow{k=۳} a_n = ۵n + ۱$$

$$\left.\begin{array}{l} a_۱ = ۶ \\ a_۲ = ۱۱ \end{array}\right\} \Rightarrow a_۱ + a_۲ = ۶ + ۱۱ = ۱۷$$

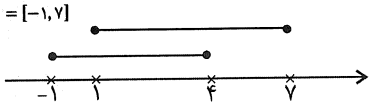
(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)(مجموعه، الگو و دنباله)

۵۳- گزینهٔ «۱» «مهدی هادی‌نژادیان»

$$U_n = [(-۱)^n, ۳n+۱]$$

$$\xrightarrow{n \text{ طبیعی}} U_۱ = [-۱, ۴] \ , \ U_۲ = [۱, ۷] \ , \ U_۳ = [-۱, ۱۰]$$

$$U_۱ \cup U_۲ = [-۱, ۷]$$



$$(U_۱ \cup U_۲) \cap U_۳ = [-۱, ۷] \cap [-۱, ۱۰] = [-۱, ۷]$$

(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۵۴- گزینهٔ «۴» «سیاد داوطلب»

الگوی کاشی‌های تیره را می‌نویسیم:

(۱) (۲) (۳)

۱۴ , ۲۴ , ۳۴ , ...

۱۰ ۱۰

اعداد فوق، دنباله‌ای حسابی با جملهٔ اول ۱۴ و قدر نسبت $d = ۱۰$ است:

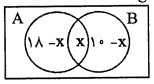
$$t_n = ۱۰n + ۴$$

$$t_{۱۰} = ۱۰۰ + ۴ = ۱۰۴$$

(صفحه‌های ۱۴ تا ۲۴ کتاب درسی)(مجموعه، الگو و دنباله)

۵۵- گزینهٔ «۲» «علی فارسی»

از نمودار ون استفاده می‌کنیم. اگر x نفر در هر دو مسابقه شرکت کنند، داریم:



$$۳۰ = ۱۸ - x + ۱۰ - x + x + ۸$$

$$\Rightarrow ۳۰ = ۳۶ - x \Rightarrow x = ۶$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)(مجموعه، الگو و دنباله)

۵۶- گزینهٔ «۳» «علی مرشد»

جملهٔ عمومی دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت q به‌صورت $a_n = a_۱ q^{n-۱}$ است، پس:

$$\left.\begin{array}{l} a_۶ = ۹۶ \\ a_۳ = ۱۲ \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{aq^۵}{aq^۲} = \frac{۹۶}{۱۲} \Rightarrow q^۳ = ۸ \Rightarrow q = ۲$$

$$a_۲ = \frac{a_۳}{q} = \frac{۱۲}{۲} = ۶$$

(صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)(مجموعه، الگو و دنباله)

۵۷- گزینهٔ «۴» «مهدی پیرانوند»

$$a_۲ = \frac{a_۳ + a_۱}{۲} \Rightarrow a - ۳ = \frac{۲a + (۴a - ۱)}{۲}$$

$$\Rightarrow ۲a - ۶ = ۶a - ۱ \Rightarrow ۴a = -۵ \Rightarrow a = -\frac{۵}{۴}$$

جملات دنباله : $-۶, -\frac{۱۷}{۴}, -\frac{۵}{۲}, ... \Rightarrow d = (-\frac{۱۷}{۴}) - (-۶) = \frac{۷}{۴}$

$$\Rightarrow a_n = -۶ + (n-۱)\frac{۷}{۴}$$

$$\Rightarrow a_۵ = -۶ + ۷ = ۱$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)(مجموعه، الگو و دنباله)

۵۸- گزینهٔ «۳» «علی ارمغمر»

$$n(A' \cup B') = n(A') + n(B') - n(A' \cap B') = ۴۰ + ۳۰ - ۲۰ = ۵۰$$

مجموعهٔ $A \cap B$، متمم مجموعهٔ $A' \cup B'$ است، در نتیجه:

$$n(A \cap B) = n(U) - n(A' \cup B') = ۸۰ - ۵۰ = ۳۰$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)(مجموعه، الگو و دنباله)

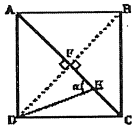
۵۹- گزینهٔ «۱» «شکیب رجبی»

می‌دانیم: $-۱ \le \sin x \le ۱$ و $-۱ \le \cos x \le ۱$

در عبارت $۲\sin^۲ x + ۳$، کم‌ترین مقدار برابر با $۲(۰)^۲ + ۳ = ۳$ است و هم‌چنین بیش‌ترین مقدار $-۳\sin x - ۱$ هنگامی است که $\sin x = -۱$ باشد؛ پس $-۳(-۱) - ۱ = ۳ - ۱ = ۲$ و اختلاف برابر با $|۲ - ۳| = ۱$ است.

(صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی)(مثلثات)

۶۰- گزینهٔ «۳» «وهاب نادری»



اگر قطر دیگر مربع را رسم کنیم تا همدیگر را در نقطهٔ F قطع کنند می‌دانیم قطرهای مربع برهم عمودند و همدیگر را نصف می‌کنند. با توجه به این‌که قطر مربع ۱۰ می‌باشد، در مثلث DEF داریم:

$$\tan\alpha = \frac{DF}{EF} = \frac{AC \div ۲}{CF - CE} = \frac{۱۰ \div ۲}{۵ - ۲} = \frac{۵}{۳}$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۶۱- گزینهٔ «۱» «مهدی هادی‌نژادیان»

انتهای کمان α در ناحیهٔ اول یا دوم قرار دارد. (۱) $\rightarrow \sin\alpha > ۰$

با استفاده از اتحادهای $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ و $۱ - \sin^۲\alpha = \cos^۲\alpha$ داریم:

$$\frac{۱}{\cos\alpha} - \sin\alpha . \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} > ۰ \Rightarrow \frac{۱ - \sin^۲\alpha}{\cos\alpha} > ۰$$

$$\Rightarrow \frac{\cos^۲\alpha}{\cos\alpha} > ۰ \Rightarrow \cos\alpha > ۰ \rightarrow$$ انتهای کمان α در ناحیهٔ اول یا چهارم قرار دارد (۲)

از اشتراک (۱) و (۲)، می‌توان گفت فقط ربع اول هست که هم $\cos\alpha$ و هم $\sin\alpha$ مثبت است.

(صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶ کتاب درسی)(مثلثات)

۶۲- گزینهٔ «۱» «ایمان نفستین»

با استفاده از اتحادهای مثلثاتی $\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ و $\frac{۱}{\sin^۲\alpha} = ۱ + \cot^۲\alpha$ داریم:

forum.konkur.in

www.konkur.in

عبارت زیر رادیکال: $\cot^2\alpha-\cos^2\alpha=\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}-\cos^2\alpha$

$=\cos^2\alpha(\frac{1}{\sin^2\alpha}-1)=\cos^2\alpha(1+\cot^2\alpha-1)=\cos^2\alpha\cot^2\alpha$

$\Rightarrow \sin\alpha-\sqrt{\cot^2\alpha-\cos^2\alpha}=\sin\alpha-\sqrt{\cot^2\alpha\cos^2\alpha}$

$=\sin\alpha-|\cot\alpha\cos\alpha|=\sin\alpha-\left|\frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha}\right|$

وقتی $270^\circ<\alpha<360^\circ$ باشد $\sin\alpha<0$ است، پس $\frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha}<0$ و در نتیجه:

$$A=\sin\alpha+\frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha}=\frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{\sin\alpha}=\frac{1}{\sin\alpha}$$

(صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶ کتاب درسی)(مثلثات)

۶۳- گزینهٔ «۱» «مهریس همزه‌ای»

اتحاد مثلثاتی: $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1\Rightarrow \sin^2\theta+\frac{1}{4}=1\Rightarrow \sin^2\theta=\frac{3}{4}$

$\Rightarrow \sin\theta=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

چون انتهای کمان θ در ناحیهٔ دوم دایرهٔ مثلثاتی قرار گرفته پس $\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$ و در نتیجه:

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}}=-\sqrt{3}$$

(صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶ کتاب درسی)(مثلثات)

۶۴- گزینهٔ «۳» «وهاب نادری»

$$\underset{a_2}{\downarrow}\ 8, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc \ldots \bigcirc, \bigcirc\ \underset{a_{n-1}}{\downarrow}\ 63$$

$a_{n-1}-a_2=33\Rightarrow a_1+(n-1-1)d-(a_1+d)=33\Rightarrow (n-3)d=33$ (۱)

$a_n-a_1=63-8=55\Rightarrow d=\frac{a_n-a_1}{n-1}=\frac{55}{n-1}=d$ (۲)

$\xrightarrow{(2),(1)}(n-3)(\frac{55}{n-1})=33\Rightarrow \frac{n-3}{n-1}=\frac{3}{5}\Rightarrow 5n-15=3n-3$

$\Rightarrow 2n=12\Rightarrow n=6\Rightarrow d=\frac{55}{n-1}=\frac{55}{5}=11$

$a_5=a_1+4d=8+4\times 11=52$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)(مجموعه، الگو و دنباله)

۶۵- گزینهٔ «۲» «فاطمه رای‌زن»

جمله عمومی دنبالهٔ حسابی به‌صورت $a_n=a_1+(n-1)d$ است.

مجموع ۵ جملهٔ اول: $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=a_1+a_1+d+a_1+2d+a_1+3d+a_1+4d=5a_1+10d$

مجموع ۵ جملهٔ دوم: $a_6+a_7+a_8+a_9+a_{10}=a_1+5d+a_1+6d+a_1+7d+a_1+8d+a_1+9d=5a_1+35d$

طبق صورت سؤال داریم:

$3(5a_1+10d)-10=5a_1+35d\Rightarrow 10a_1-10=5d$

$\xrightarrow{a_1=3}20=5d\Rightarrow d=4$

$a_{11}=a_1+10d=3+40=43$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)(مجموعه، الگو و دنباله)

۶۶- گزینهٔ «۳» «ایمان نقستین»

$$\tan x+\cot x=\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\sin x}=\frac{\sin^2 x+\cos^2 x}{\sin x\cos x}=\frac{1}{\sin x\cos x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tan x+\cot x}=\sin x\cos x$$

$$\frac{\sin^3 x}{1-\cos x}\times\frac{1+\cos x}{1+\cos x}=\frac{\sin^3 x(1+\cos x)}{1-\cos^2 x}=\frac{\sin^3 x(1+\cos x)}{\sin^2 x}$$

$$\overset{\sin x\neq 0}{=\!=\!=}\sin x(1+\cos x)=\sin x+\sin x\cos x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tan x+\cot x}-\frac{\sin^3 x}{1-\cos x}=\sin x\cos x-\sin x-\sin x\cos x=-\sin x$$

(صفحه‌های ۳۲ تا ۴۶ کتاب درسی)(مثلثات)

۶۷- گزینهٔ «۳» «علی زیب‌ارزانی»

$$a_5=\frac{125}{16}\Rightarrow a_1q^4=\frac{125}{16}$$

$$a_1a_3=16\Rightarrow a_1^2q^2=16\Rightarrow a_1q=4\Rightarrow q^3=\frac{125}{64}=\frac{5^3}{4^3}$$

$$\Rightarrow q=\frac{5}{4}, a_1=\frac{16}{5}\Rightarrow a_6=a_1q^5=\frac{16}{5}\times\frac{5^5}{4^5}=\frac{5^4}{4^3}\Rightarrow a_6=\frac{625}{64}$$

(صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)(مجموعه، الگو و دنباله)

۶۸- گزینهٔ «۴» «میلاد منصوری»

در ابتدا داریم:

$$\cos x\sqrt{1+\tan^2 x}=\cos x\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}=\cos x\times\frac{1}{|\cos x|}$$

که طبق فرض برابر ۱ است.

$$\cos x\times\frac{1}{|\cos x|}=1\Rightarrow \cos x>0$$

از این‌که $\cos x>0$ است نتیجه می‌گیریم که $1+2\cos x>0$ است. اما چون $\frac{\tan x}{1+2\cos x}<0$ است، پس باید $\tan x<0$.

برای آن‌که هر دو شرط $\cos x>0$ و $\tan x<0$ هم‌زمان برقرار باشند، باید انتهای کمان x در ناحیهٔ چهارم باشد.

(صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶ کتاب درسی)(مثلثات)

۶۹- گزینهٔ «۱» «ایمان نقستین»

$$\frac{\sin^2 x}{1+\cos x}=\frac{1-\cos^2 x}{1+\cos x}=1-\cos x=\frac{2}{17}\Rightarrow \cos x=\frac{15}{17}$$

$$1+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}=\frac{1}{(\frac{15}{17})^2}=\frac{17^2}{15^2}=\frac{289}{225}$$

(صفحه‌های ۳۲ تا ۴۶ کتاب درسی)(مثلثات)

۷۰- گزینهٔ «۴» «احسان غنی‌زاده»

$$b, 2, a\Rightarrow ab=2^2=4$$

اگر واسطهٔ حسابی بین دو عدد $\frac{1}{2-a}$ و $\frac{1}{2-b}$ را برابر با x در نظر بگیریم:

دنبالهٔ حسابی: $\frac{1}{2-b}, x, \frac{1}{2-a}\Rightarrow \frac{1}{2-b}+\frac{1}{2-a}=2x$

$$\Rightarrow \frac{2-a+2-b}{(2-b)(2-a)}=2x\Rightarrow \frac{4-(a+b)}{4-2a-2b+ab}=2x$$

$$\xrightarrow{ab=4}2x=\frac{4-(a+b)}{2(4-(a+b))}\Rightarrow 2x=\frac{1}{2}\Rightarrow x=\frac{1}{4}$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷ کتاب درسی)(مجموعه، الگو و دنباله)

---

forum.konkur.in