بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

دفترچهٔ پاسخ آزمون

۱۶ آذر ماه ۹۷

دهم ریاضی

طراحان

فارسی و نگارش	افسانه احمدی - حمید اصفهانی - سپهر حسن‌خان‌پور - آکیتا محمدزاده
عربی زبان قرآن	مریم آقایاری - فرشته کیانی - سیدمحمدعلی مرتضوی - رضا معصومی
دین و زندگی	محبوبه ابتسام - ابوالفضل احدزاده - حامد دورانی - وحیده کاغذی - مرتضی محسنی‌کبیر - فیروز نژادنجف
زبان‌انگلیسی	شهاب اناری - میرحسین زاهدی - عبدالرشید شفیعی - علی شکوهی - رضا کیاسالار - جواد مؤمنی
ریاضی	مازیار احمدی‌ناو - علی ارجمند - علیرضا پورقلی - حسن تهاجمی - حکیمه جعفری - سعید جعفری کافی‌آبادی - مهران حسینی - زهره رامشینی - میلاد سجادی - حمید علیزاده - ندا کریمیان - رحیم مشتاق‌نظم - ابراهیم نجفی - ایمان نخستین - کریم نصیری - غلام‌رضا نیازی - سهند ولی‌زاده
هندسه	سعید آذرحزین - امیرحسین ابومحبوب - علی ارجمند - محمدامین اقبال‌محمدی - رضا عباسی‌اصل - علی فتح‌آبادی - فرشاد فرامرزی - رحیم مشتاق‌نظم
فیزیک	محمد باغبان - اشکان برزکار - ابراهیم بهادری - ساسان خیری - سیامک خیری - زهره رامشینی - هادی عبدی - هوشنگ غلام‌عابدی - سیدجلال میری - حسین ناصحی
شیمی	محبوبه بیک محمدی‌عینی - حامد پویان‌نظر - بهزاد تقی‌زاده - فیروزه حسین‌زاده بهتاش - پیمان خواجوی مجد - حسن رحمتی‌کوکنده - مانا زمان - منصور سلیمانی‌ملکان - حسین سلیمی - توحید شکری - رسول عابدینی‌زواره - رضا فراهانی - کامران کیومرثی - ملک نجف‌زاده - علیرضا نعمانی - سعید نوری

گزینشگران، مسئولین درس و ویراستاران

نام درس	گزینشگر و مسئول درس	گروه ویراستاری	بازبینی نهایی	مسئول درس مستندسازی
فارسی و نگارش	حمید اصفهانی	سپهر حسن‌خان‌پور	——	الناز معتمدی
عربی زبان قرآن	رضا معصومی	فرشته کیانی - سیدمحمدعلی مرتضوی		محدثه پرهیزکار
دین و زندگی	حامد دورانی	سکینه گلشنی - سیداحسان هندی		آرزو بالازاده
زبان‌انگلیسی	جواد مؤمنی	عبدالرشید شفیعی		فاطمه فلاحت پیشه
ریاضی	امین نصرالله	سیدعادل حسینی - ندا صالح‌پور - سیدمحمدعلی مرتضوی	زهره رامشینی	حمیدرضا رحیم‌خانلو
هندسه	امیرحسین ابومحبوب	ندا صالح‌پور - فرشاد فرامرزی	سید سروش کریمی‌مداحی	سمیه اسکندری
فیزیک	اشکان برزکار	سید امیرحسین اسلامی - اسماعیل حدادی	زهره رامشینی	آتنه اسفندیاری
شیمی	حسین سلیمی	علی حسنی‌صفت - حسن رحمتی‌کوکنده اشکان ونداییی	محبوبه بیک‌محمدی‌عینی	الهه شهبازی

گروه فنی و تولید

مدیران گروه	سیدمحمدعلی مرتضوی (عمومی) - منصوره شاعری (اختصاصی)
مسئولین دفترچه	معصومه شاعری (عمومی) - منصوره شاعری (اختصاصی)
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر گروه: مریم صالحی مسئولین دفترچه: فرزانه خاکپاش (اختصاصی) - فاطمه فلاحت‌پیشه (عمومی)
حروف نگاری و صفحه آرایی	اعظم عبداللهی شقایق (اختصاصی) - فاطمه علی‌یاری (عمومی)
ناظر چاپ	علیرضا سعدآبادی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

ریاضی۱ (عادی)

۵۱- گزینه ۳ *(علی ارجمند)*

$$\begin{cases} A-B=(-۴,-۱] \\ B-A=(۲,۳] \end{cases} \Rightarrow (A-B)\cup(B-A)=(-۴,-۱]\cup(۲,۳]$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۳ تا ۵)

۵۲- گزینه ۱ روش دوم، نمودار ون *(علی ارجمند)*

اگر A و B را به‌ترتیب مجموعهٔ دانش‌آموزانی بنامیم که به فوتبال و والیبال علاقه دارند، هدف از این سؤال، به‌دست‌آوردن تعداد اعضای مجموعهٔ $(A\cup B)'$ است.

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=۳۰+۲۵-۱۵=۴۰$$

$$n((A\cup B)')=n(U)-n(A\cup B)=۶۰-۴۰=۲۰$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۵۳- گزینه ۳ *(رحیم مشتاق‌نظم)*

جملات دنباله را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$a,ar,ar^۲,ar^۳$$

$$\begin{cases} a+ar=۹ \\ ar^۲+ar^۳=۳۶ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{ar^۲+ar^۳}{a+ar}=\frac{۳۶}{۹}=۴\Rightarrow r^۲=۴\xrightarrow{r>۰}r=۲$$

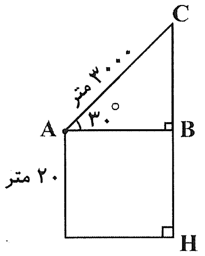
(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۵۴- گزینه ۴ *(رحیم مشتاق‌نظم)*

می‌توان شکل داده‌شده را برای این مسئله رسم کرد.

$$\sin A=\frac{BC}{AC}\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\frac{BC}{۳۰۰۰}\Rightarrow BC=۱۵۰۰m$$

$$CH=BC+BH=۱۵۰۰+۲۰=۱۵۲۰\ m$$



(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۵۵- گزینه ۱ *(کریم نصیری)*

طول ضلع کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین مکعب به‌ترتیب برابر $\sqrt[۳]{۸}$ و $\sqrt[۳]{۶۵}$ می‌باشند. یعنی اگر طول ضلع مکعب میانی برابر a باشد، در این صورت باید داشته باشیم:

$$۸<a^۳<۶۵$$

از میان گزینه‌های داده‌شده، تنها ۱/۹ بین $\sqrt[۳]{۸}$ و $\sqrt[۳]{۶۵}$ نیست؛ زیرا $۸=۲^۳>۱/۹^۳$. به عبارت دیگر چون اعداد ۲/۷، ۳/۶ و ۴ بین اعداد ۲ و $\sqrt[۳]{۶۵}$ هستند $(۴=\sqrt[۳]{۶۴})$، حجم مکعب‌های داده شده با این اضلاع، بین ۸ و ۶۵ خواهد بود.

(ریاضی ۱، توان های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۰)

۵۶- گزینه ۲ *(حکیمه جعفری)*

$$\sin ۰<۳m+۲<\sin ۳۰^\circ\Rightarrow ۰<۳m+۲<\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow ۰-۲<۳m+۲-۲<\frac{۱}{۲}-۲\Rightarrow -۲<۳m<-\frac{۳}{۲}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین تقسیم به ۳}}-\frac{۲}{۳}<m<-\frac{۱}{۲}\Rightarrow m\in(-\frac{۲}{۳},-\frac{۱}{۲})=(a,b)$$

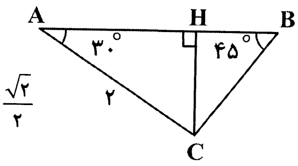
$$\Rightarrow b-a=-\frac{۱}{۲}-(-\frac{۲}{۳})=\frac{-۳+۴}{۶}=\frac{۱}{۶}$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌ای ۳۶ تا ۴۱)

۵۷- گزینه (۴)

(سعید جعفری کافی‌آبادی)

$$HC = AC\times\sin 30^\circ = 2\times\frac{1}{2} = 1$$



$$HC = BC\times\sin 45^\circ \Rightarrow 1 = BC\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{2}$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۵)

۵۸- گزینه (۳)

(غلام‌رضا نیازی)

زاویه‌ها به‌ترتیب از کوچک به بزرگ: $a, a+d, a+2d, a+3d$

مجموع زوایای داخلی ذوزنقه $=360^\circ \Rightarrow \begin{cases} 4a+6d = 360^\circ \\ a+3d = 120^\circ \quad \times(-4) \end{cases}$

$$-6d = -120$$

$$\Rightarrow d = 20^\circ, a = 60^\circ$$

زاویه‌ها: $60^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 120^\circ$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۵۹- گزینه (۱)

(حسن تواجمی)

$$1+\tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 1+\tan^2 x = \frac{9}{4} \Rightarrow \tan^2 x = \frac{5}{4}$$

$$\xrightarrow[\tan>0]{\text{ربع اول}} \tan x = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\cot x = \frac{1}{\tan x} = \frac{1}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\Rightarrow 2\tan x - 5\cot x = 2\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) - 5\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right) = \sqrt{5} - 2\sqrt{5} = -\sqrt{5}$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۶۰- گزینه (۴)

(حسن تواجمی)

$$m = \tan\alpha \Rightarrow m = \tan 60^\circ \Rightarrow m = \sqrt{3}$$

روی محور طول‌ها یعنی عرض برابر صفر $A(-1,0)$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 0 = \sqrt{3}(x-(-1))$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحهٔ ۴۰)

۶۱- گزینه (۲)

(سوند ولی‌زاده)

$$-2 \le \sqrt[4]{x} \le 3 \Rightarrow 0 \le \sqrt[4]{x} \le 3 \xrightarrow{\text{به توان ۴}} 0 \le x \le 3^4$$

$$\Rightarrow 0 \le x \le 81$$

تعداد اعداد صحیح $= 82$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۶۲- گزینه (۲)

(سوند ولی‌زاده)

الف) درست است.

ب) نادرست.

$$a = \frac{1}{8} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2} > \frac{1}{8}$$

پ) نادرست.

$$a = \frac{1}{16} \Rightarrow \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2} > \sqrt[3]{\frac{1}{16}}$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۶۳- گزینه (۲)

(سوند ولی‌زاده)

$$\left.\begin{array}{l} x = \frac{4+10}{2} = 7 \\ y = \frac{21+33}{2} = 27 \end{array}\right\} \Rightarrow 7, b, a, c, 27 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 7 \\ t_5 = 27 \end{cases} \quad d = \frac{27-7}{4} = 5$$

$$7, 12, 17, 22, 27$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 12 \\ c = 22 \end{cases} \Rightarrow b^2 + c = 12^2 + 22 = 166$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۶۴- گزینه (۴)

(ابراهیم نجفی)

$$1)\ \sqrt{1+\tan^2\alpha} - \frac{1}{\cos\alpha} = 0 \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha}} - \frac{1}{\cos\alpha} = 0$$

$$\xrightarrow{\sqrt{u^۲}=|u|} \frac{۱}{|\cos\alpha|} - \frac{۱}{\cos\alpha} = ۰$$

با توجه به تساوی به دست آمده مشخص است که باید علامت کسر $\frac{۱}{|\cos\alpha|}$ مثبت باشد تا حاصل برابر صفر شود و این زمانی اتفاق می‌افتد که $\cos\alpha > ۰$ باشد بنابراین α در ربع اول یا چهارم واقع است.

$$۲)\sin\alpha.\cos\alpha < ۰ \xrightarrow{\cos\alpha>۰} \sin\alpha < ۰ \Rightarrow$$ α در ربع سوم یا چهارم واقع است.

$\xrightarrow{(۲),(۱)}$ انتهای کمان α در ربع چهارم واقع است.

(ریاضی ۱ ،مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ و ۴۳)

منفی مثبت منفی مثبت

-۱ ۰ ۱

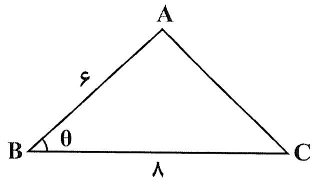
۶۵- گز ۲ *(سهند ولی‌زاده)*

$$\left|a^۳ - \sqrt[۳]{a}\right| - \left|a - a^۳\right| - \left|a - \sqrt[۳]{a}\right|$$

$$\xrightarrow{-۱<a<۰} a^۳ - \sqrt[۳]{a} + a - a^۳ - a + \sqrt[۳]{a} = ۰$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۶۶- گز ۱ *(ابراهیم نجفی)*



$$\tan\theta = ۰/۷۵ = \frac{۷۵}{۱۰۰} = \frac{۳}{۴} \xrightarrow{۱+\tan^۲\theta=\frac{۱}{\cos^۲\theta}} ۱ + (\frac{۳}{۴})^۲ = \frac{۱}{\cos^۲\theta}$$

$$۱ + \frac{۹}{۱۶} = \frac{۱}{\cos^۲\theta} \Rightarrow \frac{۲۵}{۱۶} = \frac{۱}{\cos^۲\theta} \Rightarrow \cos^۲\theta = \frac{۱۶}{۲۵}$$

$$\xrightarrow{\text{حاده } \theta} \cos\theta = \frac{۴}{۵} = ۰/۸$$

$$\xrightarrow[\sin^۲\theta=۱-\cos^۲\theta]{\sin^۲\theta+\cos^۲\theta=۱} \sin^۲\theta = ۱ - (۰/۸)^۲ = ۱ - ۰/۶۴ = ۰/۳۶$$

$$\Rightarrow \sin\theta = ۰/۶ \Rightarrow S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{۱}{۲} \times AB \times BC \times \sin\theta = \frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۸ \times ۰/۶$$

$$= ۲۴ \times ۰/۶ = ۱۴/۴$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ و ۴۲ تا ۴۴)

۶۷- گز ۱ *(ایمان نفستین)*

$$\frac{۱}{\sin^۲ x} = ۱ + \cot^۲ x, \frac{۱}{\cos^۲ x} = ۱ + \tan^۲ x$$

$$A = \sqrt{(۱+\cot^۲ x) + (۱+\tan^۲ x) - ۴} + \cot x$$

$$= \sqrt{\tan^۲ x + \cot^۲ x - ۲} + \cot x$$

$$= \sqrt{\tan^۲ x + \cot^۲ x - ۲\tan x.\cot x} + \cot x$$

$$= \sqrt{(\tan x - \cot x)^۲} + \cot x = |\tan x - \cot x| + \cot x$$

$$\xrightarrow{۴۵^\circ<x<۹۰^\circ} A = (\tan x - \cot x) + \cot x = \tan x$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۶۸- گز ۲ *(حمید علیزاده)*

با توجه به این‌که عبارت توان در $a_n = ۲^{an+b}$ درجهٔ یک است، این دنباله، هندسی است.

$$a_۳ = ۲^{۳a+b} = ۱۰۲۴ = ۲^{۱۰} \Rightarrow ۳a + b = ۱۰ \quad (۱)$$

$$r = \frac{a_۲}{a_۱} = \frac{۲^{۲a+b}}{۲^{a+b}} = ۲^a = ۸ = ۲^۳ \Rightarrow a = ۳$$

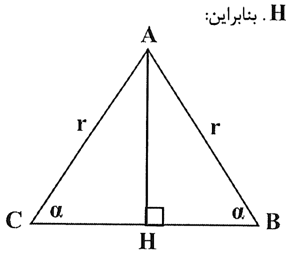
$$\xrightarrow{(۱)} ۹ + b = ۱۰ \Rightarrow b = ۱$$

$$\Rightarrow b_n = bn + a = n + ۳ \Rightarrow b_{۲۰} = ۲۳$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۶۹- گز ۲ *(ندا کریمیان)*

می‌دانیم $HB = r.\cos\alpha$. بنابراین:



$$S_{\overset{\Delta}{ABH}} = \frac{1}{2}AB.BH.\sin\alpha = \frac{1}{2}r.(r\cos\alpha)\sin\alpha$$

پس داریم:

$$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = 2S_{\overset{\Delta}{ABH}} = r^2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{r^2}{3}$$

$$\Rightarrow \sin\alpha\cos\alpha = \frac{1}{3}$$

برای به‌دست آوردن $\sin\alpha+\cos\alpha$ از اتحاد مربع دو جمله‌ای کمک می‌گیریم.

$$(\sin\alpha+\cos\alpha)^2 = \underbrace{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}_{1}+2\sin\alpha.\cos\alpha$$

$$\Rightarrow (\sin\alpha+\cos\alpha)^2 = 1+\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\xrightarrow[\sin\alpha+\cos\alpha>0]{\alpha\ \text{حاده}} \sin\alpha+\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}}{3}$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵ و ۴۲ تا ۴۴)

۷۰- گزینه ۲ *(حمید علیزاده)*

$$\overset{\Delta}{HBC}: H\hat{B}C = 75^\circ,\ B\hat{H}C = 90^\circ \Rightarrow H\hat{C}B = 15^\circ$$

$$\Rightarrow \sin(H\hat{C}B) = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} \Rightarrow \sin 15^\circ = \frac{HB}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2BC} \Rightarrow BC = \frac{2}{\sqrt{3}-1}\times\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{2}$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{3}+1$$

$$\overset{\Delta}{ABC}: \tan(A\hat{C}B) = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{AB}{\sqrt{3}+1} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{AB}{\sqrt{3}+1}$$

$$\Rightarrow AB = 3+\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

ریاضی ۱ (موازی)

۷۱- *(میلاد سپاری)*

$$A = \{x\in\mathbb{R} \mid x<1\} \Rightarrow A = (-\infty,1) \Rightarrow A' = [1,+\infty)$$

$$B = \{x\in\mathbb{R} \mid x>2\} \Rightarrow B = (2,+\infty) \Rightarrow B' = (-\infty,2]$$

$$A'\cap B' = [1,+\infty)\cap(-\infty,2] = [1,2]$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۳ تا ۵ و ۸ تا ۱۰)

۷۲- *(زهره رامشینی)*

تعداد مربع‌های هاشورخورده در هر مرحله به‌صورت زیر است:

$4,8,12,\dots$

اگر الگوی خطی آن: $t_n = an+h$ باشد، داریم:

$$\begin{cases} n=1 \xrightarrow{t_1=4} 4=a+h \\ n=2 \xrightarrow{t_2=8} 8=2a+h \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ h=0 \end{cases} \Rightarrow t_n = 4n$$

$$t_n = 76 \Rightarrow 4n = 76 \Rightarrow n = 19$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۷۳- *(رحیم مشتاق‌نظم)*

جملات دنباله را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$a, ar, ar^2, ar^3$$

$$\begin{cases} a+ar=9 \\ ar^2+ar^3=36 \end{cases} \Rightarrow \frac{ar^2+ar^3}{a+ar} = \frac{36}{9} = 4 \Rightarrow r^2 = 4 \xrightarrow{r>0} r = 2$$

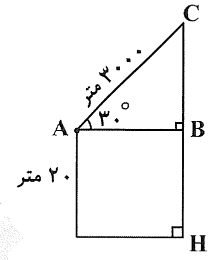
(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۷۴- *(رحیم مشتاق‌نظم)*

می‌توان شکل داده‌شده را برای این مسئله رسم کرد.

$$\sin A = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{BC}{3000} \Rightarrow BC = 1500\text{m}$$

$$CH = BC+BH = 1500+20 = 1520\ \text{m}$$



(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۷۵- (علیرضا پورقلی)

$a_{2n+1} = n^2 - 4n$

شماره $2n+1 = 27 \Rightarrow n = 13$

$\xrightarrow{n=13} 13^2 - 4\times 13 = 169 - 52 = 117$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

۷۶- (حسن تواجمی)

اگر بخواهیم بین دو عدد a و b، k واسطهٔ حسابی درج کنیم، خواهیم داشت:

$a, \underbrace{\dots,\dots,\dots,\dots}_{k\text{ تا}}, b \quad \Rightarrow \quad d = \frac{b-a}{k+1}$

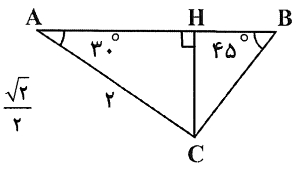
$\Rightarrow d = \frac{2k+11-2k-1}{4+1} = \frac{10}{5} = 2$

قدرمطلق اختلاف جملهٔ پنجم و جملهٔ چهارم برابر ۲ است.

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۷۷- (سعید جعفری کافی‌آبادی)

$HC = AC \times \sin 30^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1$



$HC = BC \times \sin 45^\circ \Rightarrow 1 = BC \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow BC = \sqrt{2}$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۵)

۷۸- (مازیار احمدی‌ناو)

گزینهٔ «۱»: اگر A و B نامتناهی باشند، $A \cap B$ می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد، به‌عنوان مثال: اشتراک $\mathbb{N}$ و $\mathbb{Q}$ برابر با مجموعهٔ اعداد طبیعی و نامتناهی است.

گزینهٔ «۲»: فرض کنید A مجموعهٔ اعداد طبیعی و B مجموعهٔ اعداد حسابی باشد، در آن صورت می‌بینیم $B - A$ متناهی و همان مجموعهٔ $\{0\}$ است و یک عضو دارد. البته توجه کنید که $B - A$ می‌تواند نامتناهی نیز باشد.

گزینهٔ «۴»: مطابق تمرین کتاب درسی صفحهٔ ۷(فعالیت الف) بین هر ۲ عدد گویا بی‌شمار عدد گویا می‌توان نوشت. (ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۵ تا ۷)

۷۹- (حسن تواجمی)

$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 1 + \tan^2 x = \frac{9}{4} \Rightarrow \tan^2 x = \frac{5}{4}$

$\xrightarrow[\tan>0]{\text{ربع اول}} \tan x = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$\cot x = \frac{1}{\tan x} = \frac{1}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\Rightarrow 2\tan x - 5\cot x = 2(\frac{\sqrt{5}}{2}) - 5(\frac{2\sqrt{5}}{5}) = \sqrt{5} - 2\sqrt{5} = -\sqrt{5}$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۸۰- (حسن تواجمی)

$m = \tan\alpha \Rightarrow m = \tan 60^\circ \Rightarrow m = \sqrt{3}$

روی محور طول‌ها یعنی عرض برابر صفر $A(-1,0)$

$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 0 = \sqrt{3}(x - (-1))$

$\Rightarrow y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحهٔ ۴۰)

۸۱- (حسن تواچمی)

$t_n = t_1 + (n-1)d$

$t_4 = t_1 + (4-1)d = t_1 + 3d$

$t_8 = t_1 + 7d$

$4t_4 = 8t_8 \Rightarrow 4(t_1 + 3d) = 8(t_1 + 7d)$

$t_1 + 3d = 2t_1 + 14d \Rightarrow t_1 = -11d$

$6t_{12} = 6(t_1 + 11d) = 6(-11d + 11d) = 0$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۸۲- (حسن تواچمی)

می‌دانیم اگر a,b,c جملات متوالی یک دنبالهٔ حسابی باشند، آنگاه:

$2b = a + c$

$2(2k+1) = k - 1 + k + 2 \Rightarrow 4k + 2 = 2k + 1$

$\Rightarrow 2k = -1 \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$

جملات: $-\frac{3}{2}, 0, \frac{3}{2}, \dots \Rightarrow t_1 = -\frac{3}{2},\quad d = \frac{3}{2}$

$t_n = 30 \Rightarrow 30 = -\frac{3}{2} + (n-1)\times\frac{3}{2}$

$30 = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2}n - \frac{3}{2} \Rightarrow 33 = \frac{3}{2}n \Rightarrow \frac{2\times 33}{3} = n \Rightarrow n = 22$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۸۳- (سوند ولی‌زاده)

$t_7 + t_8 + t_9 = 18 \Rightarrow 3t_8 = 18 \Rightarrow 3(t_1 + 7d) = 18 \Rightarrow t_1 + 7d = 6$

$\Rightarrow t_9 + t_{10} = 21 \Rightarrow t_1 + 8d + t_1 + 9d = 21 \Rightarrow 2t_1 + 17d = 21$

$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = -15 \\ d = 3 \end{cases}$

$t_n = 0 \Rightarrow t_1 + (n-1)d = 0 \Rightarrow -15 + (n-1)3 = 0 \Rightarrow n = 6$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۸۴- (ابراهیم نجفی)

$1)\sqrt{1+\tan^2\alpha} - \frac{1}{\cos\alpha} = 0 \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha}} - \frac{1}{\cos\alpha} = 0$

$\xrightarrow{\sqrt{u^2}=|u|} \frac{1}{|\cos\alpha|} - \frac{1}{\cos\alpha} = 0$

با توجه به تساوی به دست آمده مشخص است که باید علامت کسر $\frac{1}{|\cos\alpha|}$ مثبت باشد تا حاصل برابر صفر شود و این زمانی اتفاق می‌افتد که $\cos\alpha > 0$ باشد بنابراین α در ربع اول یا چهارم واقع است.

$2)\sin\alpha.\cos\alpha < 0 \xrightarrow{\cos\alpha>0} \sin\alpha < 0 \Rightarrow$ α در ربع سوم یا چهارم واقع است.

$\xrightarrow{(2),(1)}$ انتهای کمان α در ربع چهارم واقع است.

(ریاضی ۱ ،مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ و ۴۳)

۸۵- (ابراهیم نجفی)

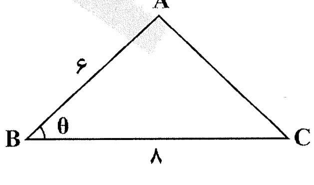
پنج جملهٔ متوالی دنبالهٔ حسابی: $\underbrace{a-2d}_{a_1}, \underbrace{a-d}_{a_2}, \underbrace{a}_{a_3}, \underbrace{a+d}_{a_4}, \underbrace{a+2d}_{a_5}$

$\begin{cases} a - 2d + a - d + a + a + d + a + 2d = 5a = 250 \Rightarrow a = 50 \\ a_2 + a_4 = 5a_1 \Rightarrow a - d + a + d = 5\times(a - 2d) \Rightarrow 2a = 5a - 10d \end{cases}$

$\Rightarrow 10d = 3a \Rightarrow 150 = 10d \Rightarrow d = 15$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۸۶- (ابراهیم نجفی)



$\tan\theta = 0/75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} \xrightarrow{1+\tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}} 1 + (\frac{3}{4})^2 = \frac{1}{\cos^2\theta}$

$1 + \frac{9}{16} = \frac{1}{\cos^2\theta} \Rightarrow \frac{25}{16} = \frac{1}{\cos^2\theta} \Rightarrow \cos^2\theta = \frac{16}{25}$

$$\xrightarrow{\theta\text{ حاده}} \cos\theta = \frac{۴}{۵} = ۰/۸$$

$$\xrightarrow[\sin^۲\theta=۱-\cos^۲\theta]{\sin^۲\theta+\cos^۲\theta=۱} \sin^۲\theta = ۱-(۰/۸)^۲ = ۱-۰/۶۴ = ۰/۳۶$$

$$\Rightarrow \sin\theta = ۰/۶ \Rightarrow S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۱}{۲}\times AB\times BC\times \sin\theta = \frac{۱}{۲}\times ۶\times ۸\times ۰/۶$$

$$= ۲۴\times ۰/۶ = ۱۴/۴$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ و ۴۲ تا ۴۴)

۸۷- *(ایمان نفستین)*

$$\frac{۱}{\sin^۲ x} = ۱+\cot^۲ x,\ \frac{۱}{\cos^۲ x} = ۱+\tan^۲ x$$

$$A = \sqrt{(۱+\cot^۲ x)+(۱+\tan^۲ x)-۴} + \cot x$$

$$= \sqrt{\tan^۲ x + \cot^۲ x - ۲} + \cot x$$

$$= \sqrt{\tan^۲ x + \cot^۲ x - ۲\tan x.\cot x} + \cot x$$

$$= \sqrt{(\tan x - \cot x)^۲} + \cot x = |\tan x - \cot x| + \cot x$$

$$\xrightarrow{۴۵^\circ<x<۹۰^\circ} A = (\tan x - \cot x) + \cot x = \tan x$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۸۸- *(مهران حسینی)*

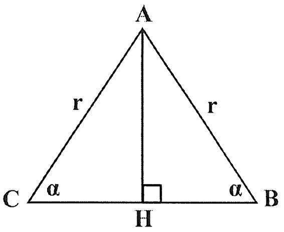
$$\begin{cases} ۳,\frac{۱۱}{۲},۸,\ldots \Rightarrow a_۱ = ۳, d = \frac{۵}{۲} \Rightarrow a_{۶۹} = a_۱ + ۶۸d = ۳ + ۶۸(\frac{۵}{۲}) = ۱۷۳ \\ \frac{۱۱}{۲},۵,\frac{۹}{۲},\ldots \Rightarrow a'_۱ = \frac{۱۱}{۲}, d' = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow a'_{۶۹} = a'_۱ + ۶۸d' = \frac{۱۱}{۲} - ۳۴ = -\frac{۵۷}{۲} \end{cases}$$

$$a_{۶۹} + a'_{۶۹} = ۱۷۳ - \frac{۵۷}{۲} = \frac{۳۴۶-۵۷}{۲} = \frac{۲۸۹}{۲}$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۸۹- *(ندا کریمیان)*

می‌دانیم $HB = r.\cos\alpha$. بنابراین:



$$S_{\overset{\triangle}{ABH}} = \frac{۱}{۲}AB.BH.\sin\alpha = \frac{۱}{۲}r.(r\cos\alpha)\sin\alpha$$

پس داریم:

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = ۲S_{\overset{\triangle}{ABH}} = r^۲\sin\alpha\cos\alpha = \frac{r^۲}{۳}$$

$$\Rightarrow \sin\alpha\cos\alpha = \frac{۱}{۳}$$

برای به‌دست آوردن $\sin\alpha+\cos\alpha$ از اتحاد مربع دو جمله‌ای کمک می‌گیریم.

$$(\sin\alpha+\cos\alpha)^۲ = \underbrace{\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha}_{۱} + ۲\sin\alpha.\cos\alpha$$

$$\Rightarrow (\sin\alpha+\cos\alpha)^۲ = ۱+\frac{۲}{۳} = \frac{۵}{۳}$$

$$\xrightarrow[\sin\alpha+\cos\alpha>۰]{\alpha\text{ حاده}} \sin\alpha+\cos\alpha = \frac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۱۵}}{۳}$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶ و ۴۲ تا ۴۴)

۹۰- *(حمید علیزاده)*

$$H\overset{\triangle}{B}C: H\hat{B}C = ۷۵^\circ,\ B\hat{H}C = ۹۰^\circ \Rightarrow H\hat{C}B = ۱۵^\circ$$

$$\Rightarrow \sin(H\hat{C}B) = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} \Rightarrow \sin ۱۵^\circ = \frac{HB}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۴} = \frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{۲}(\sqrt{۳}-۱)}{۴} = \frac{\sqrt{۲}}{۲BC} \Rightarrow BC = \frac{۲}{\sqrt{۳}-۱}\times\frac{\sqrt{۳}+۱}{\sqrt{۳}+۱} = \frac{۲(\sqrt{۳}+۱)}{۲}$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{۳}+۱$$

$$A\overset{\triangle}{B}C: \tan(A\hat{C}B) = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \tan ۶۰^\circ = \frac{AB}{\sqrt{۳}+۱} \Rightarrow \sqrt{۳} = \frac{AB}{\sqrt{۳}+۱}$$

$$\Rightarrow AB = ۳+\sqrt{۳}$$

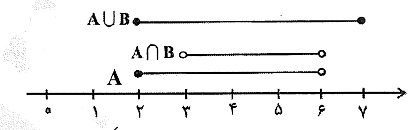
(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

ریاضی (۱) - عادی

۵۱- «مهدی نصرالهی»

مطابق شکل زیر، چون $A\cap B=(3,6)$ پس مجموعهٔ B از عدد ۳ (بدون احتساب خود ۳) شروع می‌شود و چون $A\cup B=[2,7]$ مجموعهٔ B به عدد ۷ (با احتساب خود ۷) ختم می‌شود، پس:

$B=(3,7]$



(صفحه‌های ۳ تا ۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۵۲- «محمد پوراحمدی»

$A\subseteq B$ و A مجموعه‌ای نامتناهی باشد، پس مجموعه B هم نامتناهی است.

$A\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=A\to$ نامتناهی است.

مثال نقض برای گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴»:

$\underset{\text{طبیعی}}{A=N}\ ,\ \underset{\text{حسابی}}{B=W}\ ,\ \underset{\text{مرجع}}{U=W}$

گزینهٔ «۱»:

$B=W\xrightarrow{U=W}B'=\varnothing\to$ متناهی است.

گزینهٔ «۳»:

$B-A=W-N=\{0\}\to$ متناهی است.

گزینهٔ «۴»:

$A'\cap B'=\{0\}\cap\{\ \}=\{\ \}\to$ متناهی است.

(صفحه‌های ۵ و ۶ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۵۳- «شکیب رجبی»

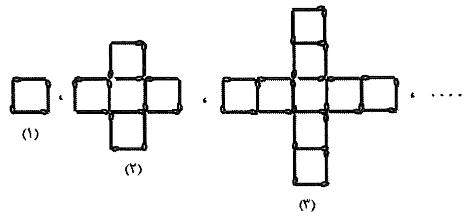
$n(A\cup O)=n(A)+n(O)-n(A\cap O)$

از آن‌جا که گروه‌های خونی با هم اشتراک ندارند، پس:

$n(A\cup O)=15+3-0=18$

(صفحه‌های ۹ تا ۱۳ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۵۴- «مهدی نصرالهی»



ابتدا با توجه به الگو، جملهٔ عمومی مربوط به تعداد مربع‌های هر مرحله را تعیین می‌کنیم:

$1\ ,\ 1+1\times4\ ,\ 1+2\times4\ ,\ ...$

$a_n=1+4(n-1)=1+4n-4=4n-3$

حال، تعداد چوب کبریت‌های هر مرحله را تعیین می‌کنیم:

$4\ ,\ 4+(3\times4)\times1\ ,\ 4+(3\times4)\times2,...$

$b_n=4+(3\times4)\times(n-1)$

$\Rightarrow b_n=4+12n-12=12n-8$

حال با توجه به رابطه‌های به دست آمده داریم:

$b_n-a_n=12n-8-(4n-3)=8n-5$

$8n-5=91\Rightarrow 8n=96\Rightarrow n=\frac{96}{8}=12$

(صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۵۵- «محمد پوراحمدی»

جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی به‌صورت $t_n=t_1+(n-1)d$ است. پس:

$$\begin{cases}t_1+t_2+t_3=-3\\ t_4+t_5+t_6=24\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t_1+t_1+d+t_1+2d=-3\\ t_1+3d+t_1+4d+t_1+5d=24\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}3t_1+3d=-3\\ 3t_1+12d=24\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-3t_1-3d=3\\ 3t_1+12d=24\end{cases}\Rightarrow 9d=27\Rightarrow d=3,t_1=-4$$

پس جملهٔ بیست‌ویکم دنباله برابر است با:

$t_{21}=t_1+20d=-4+60=56$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۵۶- «مهدی نصرالهی»

$$\begin{cases}a_9=a_1+8d\\ a_7=a_1+6d\Rightarrow(a_1+6d)^2=(a_1+8d)(a_1+2d)\\ a_3=a_1+2d\end{cases}$$

$$\Rightarrow(a_1)^2+12a_1d+36d^2=(a_1)^2+10a_1d+16d^2$$

$$\Rightarrow 2a_1d=-20d^2$$

$$\xrightarrow{d\neq0}a_1=-10d\Rightarrow\frac{a_{10}}{a_8}=\frac{a_1+9d}{a_1+7d}=\frac{-10d+9d}{-10d+7d}=\frac{1}{3}$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۵۷- «محمد پوراحمدی»

در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:

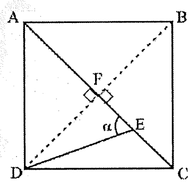
$\tan60^\circ=\frac{BC}{AB}\Rightarrow\sqrt{3}=\frac{BC}{4}\Rightarrow BC=4\sqrt{3}$

در مثلث قائم‌الزاویهٔ BCD داریم:

$$\cot 37^\circ = \frac{CD}{BC} \Rightarrow \frac{4}{3} \simeq \frac{CD}{4\sqrt{3}} \Rightarrow CD \simeq \frac{16\sqrt{3}}{3}$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۵۸- «وهاب نادری»



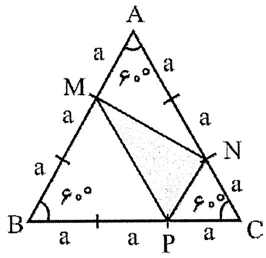
اگر قطر دیگر مربع را رسم کنیم تا همدیگر را در نقطهٔ F قطع کنند می‌دانیم قطرهای مربع برهم عمودند و همدیگر را نصف می‌کنند. با توجه به این‌که قطر مربع ۱۰ می‌باشد، در مثلث DEF داریم:

$$\tan\alpha = \frac{DF}{EF} = \frac{AC \div 2}{CF - CE} = \frac{10 \div 2}{5 - 2} = \frac{5}{3}$$

(صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۵۹- «وهاب نادری»

اگر از کل مثلث، سه تا مثلث هاشور نخورده را کم کنیم، مساحت قسمت هاشورخورده به دست می‌آید.



$$S_{\overset{\triangle}{AMN}} = \frac{1}{2} \times a \times 2a \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$$

$$S_{\overset{\triangle}{PNC}} = \frac{1}{2} \times a \times a \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$S_{\overset{\triangle}{BMP}} = \frac{1}{2} \times 2a \times 2a \times \sin 60^\circ = \sqrt{3}a^2$$

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{1}{2} \times 3a \times 3a \times \sin 60^\circ = \frac{9\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$S_{\text{هاشور خورده}} = S_{\overset{\triangle}{ABC}} - S_{\text{هاشور نخورده}}$$

$$= \frac{9\sqrt{3}}{4}a^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 + \sqrt{3}a^2\right)$$

$$= \frac{9\sqrt{3}}{4}a^2 - \frac{7\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\text{هاشور خورده}}}{S_{\text{کل}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a^2}{\frac{9\sqrt{3}}{4}a^2} = \frac{2}{9}$$

(صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۶۰- «شکیب رجبی»

$$\frac{\cos 90^\circ - \sin 270^\circ - \tan 180^\circ}{\cos 0^\circ - \cot 270^\circ + \cot 90^\circ} = \frac{0 - (-1) - 0}{1 - 0 + 0} = 1$$

(صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی) (مثلثات)

۶۱- «ابراهیم نجفی»

نقطهٔ P روی دایرهٔ مثلثاتی است، پس $y_P = \sin\alpha, x_P = \cos\alpha$ و $\tan\alpha = \frac{y_P}{x_P}$ است.

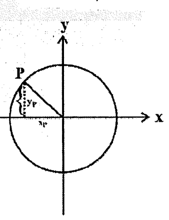
$$\tan\alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \frac{y_P}{x_P} = -\frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow y_P = -\frac{2\sqrt{5}}{5}x_P \quad (1)$$

$$\xrightarrow{x_P^2 + y_P^2 = 1} \left(-\frac{2\sqrt{5}}{5}x_P\right)^2 + x_P^2 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{4}{5}x_P^2 + x_P^2 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{9}{5}x_P^2 = 1 \Rightarrow x_P^2 = \frac{5}{9} \Rightarrow x_P = \pm\frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\xrightarrow{\alpha \text{ در ناحیه دوم است}} x_P = -\frac{\sqrt{5}}{3} \xrightarrow{(1)} y_P = \frac{2}{3}$$



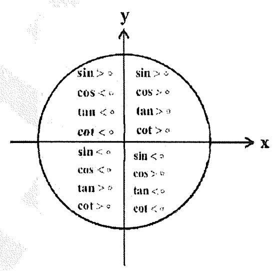
$$P\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}, \frac{2}{3}\right) \Rightarrow \text{مجموع مؤلفه‌ها} = \frac{2 - \sqrt{5}}{3}$$

(صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی) (مثلثات)

۶۲- «وهاب نادری»

مطابق شکل زیر، سینوس در ربع‌های اول و دوم دایرهٔ مثلثاتی مثبت است، پس:

$$\sin ۲\alpha > ۰ \Rightarrow \begin{cases} ۰ < ۲\alpha < ۱۸۰^\circ \\ \text{یا} \\ ۳۶۰^\circ < ۲\alpha < ۵۴۰^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۰ < \alpha < ۹۰^\circ \\ \text{یا} \\ ۱۸۰^\circ < \alpha < ۲۷۰^\circ \end{cases} \quad (۱)$$



همچنین مطابق شکل، در ربع‌های اول و چهارم $\sin\alpha, \tan\alpha$ هم‌علامت هستند و $\sin\alpha \tan\alpha > ۰$ می‌شود، یعنی:

$$(۲) \quad ۲۷۰^\circ < \alpha < ۳۶۰^\circ \text{ یا } ۰ < \alpha < ۹۰^\circ$$

اشتراک (۱) و (۲) ربع اول دایرهٔ مثلثاتی می شود.

(صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی) (مثلثات)

۶۳- «مهری نصرالهی»

زاویه‌ای که خط L با جهت مثبت محور x ها می‌سازد برابر با ۳۰° است، پس:

$$\text{شیب خط}: m = \tan ۳۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \quad (۱)$$

از طرفی معادلهٔ خط L به صورت زیر است:

$$ay = -۳x + ۴ \Rightarrow y = -\frac{۳}{a}x + \frac{۴}{a} \Rightarrow m = -\frac{۳}{a} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)\text{و}(۲)} -\frac{۳}{a} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow \sqrt{۳}a = -۹ \Rightarrow a = -\frac{۹}{\sqrt{۳}} \times \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}} = -\frac{۹\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\Rightarrow a = -۳\sqrt{۳}$$

(صفحه‌های ۳۲، ۴۰ و ۴۱ کتاب درسی) (مثلثات)

۶۴- «شکیب رجبی»

با استفاده از اتحاد مثلثاتی $۱ + \cot^۲\theta = \frac{۱}{\sin^۲\theta}$ داریم:

$$A = \sin^۲\theta - \cos^۲\theta + \sin^۲\theta = ۲\sin^۲\theta - \cos^۲\theta$$

$$= ۲\sin^۲\theta - (۱ - \sin^۲\theta) = ۳\sin^۲\theta - ۱$$

$$= ۳ \times \frac{۲}{۱۶} - ۱ = \frac{۶}{۱۶} - ۱ = -\frac{۱۰}{۱۶} = -\frac{۵}{۸}$$

(صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی) (مثلثات)

۶۵- «محمد پوراحمدی»

$$\frac{۱}{۱-\sin\theta} + \frac{۱}{۱+\sin\theta} - ۲\tan^۲\theta$$

$$= \frac{۱+\sin\theta+۱-\sin\theta}{۱-\sin^۲\theta} - ۲\frac{\sin^۲\theta}{\cos^۲\theta}$$

$$= \frac{۲}{\cos^۲\theta} - \frac{۲\sin^۲\theta}{\cos^۲\theta} = \frac{۲(۱-\sin^۲\theta)}{\cos^۲\theta} = \frac{۲\cos^۲\theta}{\cos^۲\theta} = ۲$$

(صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی) (مثلثات)

۶۶- «نیما سلطانی»

$$\sin\theta - \cos\theta = \frac{۱}{۳} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} (\sin\theta - \cos\theta)^۲ = \frac{۱}{۹}$$

$$\Rightarrow \sin^۲\theta + \cos^۲\theta - ۲\sin\theta\cos\theta = \frac{۱}{۹}$$

$$\xrightarrow{\sin^۲\theta + \cos^۲\theta = ۱} -۲\sin\theta\cos\theta = -\frac{۸}{۹} \Rightarrow \sin\theta\cos\theta = \frac{۴}{۹}$$

از طرفی:

$$\tan\theta + \cot\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\sin^۲\theta + \cos^۲\theta}{\sin\theta\cos\theta}$$

$$\frac{۱}{\sin\theta\cos\theta} = \frac{۱}{\frac{۴}{۹}} = \frac{۹}{۴}$$

(صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی) (مثلثات)

۶۷- «حامد فاکی»

الف) از طرف چپ تساوی $\frac{۱}{\sin\theta} \times \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{۱}{\cos\theta} \neq \frac{۱}{\sin\theta}$ نادرست

ب) از طرف چپ تساوی $\frac{۱}{\cos x} - \frac{\cos x}{۱+\sin x}$

$$= \frac{۱+\sin x - \cos^۲ x}{\cos x(۱+\sin x)} = \frac{۱-\cos^۲ x + \sin x}{\cos x(۱+\sin x)}$$

$$= \frac{\sin^۲ x + \sin x}{\cos x(۱+\sin x)} = \frac{(۱+\sin x)\sin x}{\cos x(۱+\sin x)} = \tan x \quad \text{درست}$$

ج) از طرف راست تساوی $\frac{\tan\alpha + \cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\tan\alpha}{\sin\alpha} + \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$$= \frac{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}{\sin\alpha} + \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{۱}{\cos\alpha} + \cot\alpha \quad \text{درست}$$

د) از طرف چپ تساوی $\sin^۴\theta-\cos^۴\theta$

$=(\sin^۲\theta-\cos^۲\theta)\overbrace{(\sin^۲\theta+\cos^۲\theta)}^{۱}=\sin^۲\theta-\cos^۲\theta$ درست

پس سه مورد صحیح است.

(صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی) (مثلثات)

۶۸-

«محمد بحیرایی»

$\sqrt[۳]{-۰/۰۰۸}=\sqrt[۳]{(-۰/۲)^۳}=-۰/۲$

$\sqrt[۴]{\frac{۱}{۶۲۵}}=\sqrt[۴]{\frac{۱}{۵^۴}}=\frac{۱}{۵}=۰/۲$

$\sqrt[۵]{\frac{-۱}{۳۲}}=\sqrt[۵]{(\frac{-۱}{۲})^۵}=-\frac{۱}{۲}=-۰/۵$

$\Rightarrow A=-۰/۲+۳\times ۰/۲-(-۰/۵)=۰/۹$

(صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۶۹-

«محمد بحیرایی»

در گزینهٔ «۴» داریم:

$(۰/۴)^۷=(\frac{۲}{۵})^۷=\frac{۲^۷}{۵^۷}$

$(\frac{۳}{۵})^۷=\frac{۳^۷}{۵^۷}$

در مقایسهٔ دو کسر مثبت با مخرج های برابر، کسری بزرگ‌تر است که صورت آن بزرگ‌تر باشد، بنابراین:

$(\frac{۲}{۵})^۷<(\frac{۳}{۵})^۷$

سایر گزینه‌ها صحیح هستند.

(صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۷۰-

«مهرداد خاجی»

$-۸<-۷<-۱\Rightarrow\sqrt[۳]{-۸}<\sqrt[۳]{-۷}<\sqrt[۳]{-۱}\Rightarrow -۲<A<-۱$

$۸<۱۳<۲۷\Rightarrow\sqrt[۳]{۸}<\sqrt[۳]{۱۳}<\sqrt[۳]{۲۷}\Rightarrow ۲<B<۳$

$۸۱<۸۳<۲۵۶\Rightarrow\sqrt[۴]{۸۱}<\sqrt[۴]{۸۳}<\sqrt[۴]{۲۵۶}\Rightarrow ۳<C<۴$

$۰/۰۰۰۱<۰/۰۰۱۴<۰/۰۰۱۶$

$\Rightarrow\sqrt[۴]{۰/۰۰۰۱}<\sqrt[۴]{۰/۰۰۱۴}<\sqrt[۴]{۰/۰۰۱۶}\Rightarrow ۰/۱<D<۰/۲$

(صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

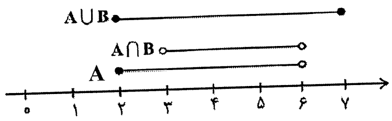
ریاضی (۱) - موازی

۷۱-

«مهدی نصراللهی»

مطابق شکل زیر، چون $A\cap B=(۳,۶)$ پس مجموعهٔ B از عدد ۳ (بدون احتساب خود ۳) شروع می‌شود و چون $A\cup B=[۲,۷]$ مجموعهٔ B به عدد ۷ (با احتساب خود ۷) ختم می‌شود، پس:

$B=(۳,۷]$



(صفحه‌های ۳ تا ۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۷۲-

«محمد پوراحمدی»

$A\subseteq B$ و A مجموعه‌ای نامتناهی باشد، پس مجموعه B هم نامتناهی است.

$A\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=A\rightarrow$ نامتناهی است.

مثال نقض برای گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴»:

$\overset{\text{طبیعی}}{A=N}\quad,\quad\overset{\text{حسابی}}{B=W}\quad,\quad\overset{\text{مرجع}}{U=W}$

گزینهٔ «۱»:

$B=W\xrightarrow{U=W}B'=\varnothing\rightarrow$ متناهی است.

گزینهٔ «۳»:

$B-A=W-N=\{۰\}\rightarrow$ متناهی است.

گزینهٔ «۴»:

$A'\cap B'=\{۰\}\cap\{\ \}=\{\ \}\rightarrow$ متناهی است.

(صفحه‌های ۵ و ۶ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۷۳-

«شکیب رجبی»

$n(A\cup O)=n(A)+n(O)-n(A\cap O)$

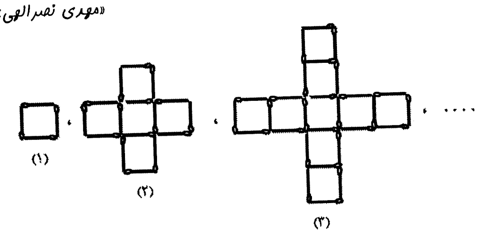
از آن‌جا که گروه‌های خونی با هم اشتراک ندارند، پس:

$n(A\cup O)=۱۵+۳-۰=۱۸$

(صفحه‌های ۹ تا ۱۳ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۷۴-

«مهدی نصراللهی»



ابتدا با توجه به الگو، جملهٔ عمومی مربوط به تعداد مربع‌های هر مرحلـه را تعیین می‌کنیم:

$۱\,,\,۱+۱\times۴\,,\,۱+۲\times۴\,,\,...$

$a_n=۱+۴(n-۱)=۱+۴n-۴=۴n-۳$

حال، تعداد چوب کبریت‌های هر مرحله را تعیین می‌کنیم:

$۴\,,\,۴+(۳\times۴)\times۱\,,\,۴+(۳\times۴)\times۲,...$

$b_n=۴+(۳\times۴)\times(n-۱)$

$\Rightarrow b_n=۴+۱۲n-۱۲=۱۲n-۸$

حال با توجه به رابطه‌های به دست آمده داریم:

$b_n-a_n=۱۲n-۸-(۴n-۳)=۸n-۵$

$۸n-۵=۹۱\Rightarrow ۸n=۹۶\Rightarrow n=\frac{۹۶}{۸}=۱۲$

(صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۷۵- *«محمد پوراحمدی»*

جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی به‌صورت $t_n=t_۱+(n-۱)d$ است. پس:

$$\begin{cases}t_۱+t_۲+t_۳=-۳\\t_۴+t_۵+t_۶=۲۴\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t_۱+t_۱+d+t_۱+۲d=-۳\\t_۱+۳d+t_۱+۴d+t_۱+۵d=۲۴\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۳t_۱+۳d=-۳\\۳t_۱+۱۲d=۲۴\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-۳t_۱-۳d=۳\\۳t_۱+۱۲d=۲۴\end{cases}\Rightarrow ۹d=۲۷\Rightarrow d=۳,t_۱=-۴$$

پس جملهٔ بیست‌ویکم دنباله برابر است با:

$t_{۲۱}=t_۱+۲۰d=-۴+۶۰=۵۶$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۷۶- *«مهری نصراللهی»*

$$\begin{cases}a_۹=a_۱+۸d\\a_۷=a_۱+۶d\Rightarrow (a_۱+۶d)^۲=(a_۱+۸d)(a_۱+۲d)\\a_۳=a_۱+۲d\end{cases}$$

$\Rightarrow (a_۱)^۲+۱۲a_۱d+۳۶d^۲=(a_۱)^۲+۱۰a_۱d+۱۶d^۲$

$\Rightarrow ۲a_۱d=-۲۰d^۲$

$\xrightarrow{d\neq۰} a_۱=-۱۰d\Rightarrow \frac{a_{۱۰}}{a_۸}=\frac{a_۱+۹d}{a_۱+۷d}=\frac{-۱۰d+۹d}{-۱۰d+۷d}=\frac{۱}{۳}$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۷۷- *«محمد پوراحمدی»*

در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:

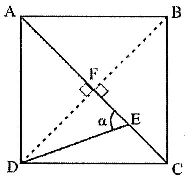
$\tan۶۰^\circ=\frac{BC}{AB}\Rightarrow\sqrt{۳}=\frac{BC}{۴}\Rightarrow BC=۴\sqrt{۳}$

در مثلث قائم‌الزاویهٔ BCD داریم:

$\cot۳۷^\circ=\frac{CD}{BC}\Rightarrow\frac{۴}{۳}\simeq\frac{CD}{۴\sqrt{۳}}\Rightarrow CD\simeq\frac{۱۶\sqrt{۳}}{۳}$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۷۸- *«وهاب نادری»*



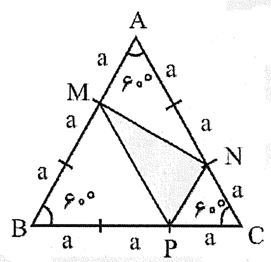
اگر قطر دیگر مربع را رسم کنیم تا همـدیگر را در نقطـهٔ F قطـع کننـد می‌دانیم قطرهای مربع برهم عمودند و همدیگر را نصف می‌کنند. با توجـه به این‌که قطر مربع ۱۰ می‌باشد، در مثلث DEF داریم:

$\tan\alpha=\frac{DF}{EF}=\frac{AC\div۲}{CF-CE}=\frac{۱۰\div۲}{۵-۲}=\frac{۵}{۳}$

(صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۷۹- *«وهاب نادری»*

اگر از کل مثلث، سه تا مثلث هاشور نخورده را کم کنیم، مساحت قسمـت هاشورخورده به دست می‌آید.



$S_{\overset{\Delta}{AMN}}=\frac{۱}{۲}\times a\times۲a\times\sin۶۰^\circ=\frac{\sqrt{۳}}{۲}a^۲$

$S_{\overset{\Delta}{PNC}}=\frac{۱}{۲}\times a\times a\times\sin۶۰^\circ=\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲$

$S_{\overset{\Delta}{BMP}}=\frac{۱}{۲}\times۲a\times۲a\times\sin۶۰^\circ=\sqrt{۳}a^۲$

$S_{\overset{\Delta}{ABC}}=\frac{۱}{۲}\times۳a\times۳a\times\sin۶۰^\circ=\frac{۹\sqrt{۳}}{۴}a^۲$

$S_{\text{هاشور خورده}}=S_{\overset{\Delta}{ABC}}-S_{\text{هاشور نخورده}}$

$$= \frac{۹\sqrt{۳}}{۴}a^۲ - (\frac{\sqrt{۳}}{۲}a^۲ + \frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲ + \sqrt{۳}a^۲)$$

$$= \frac{۹\sqrt{۳}}{۴}a^۲ - \frac{۷\sqrt{۳}}{۴}a^۲ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a^۲$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\text{هاشور خورده}}}{S_{\text{کل}}} = \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}a^۲}{\frac{۹\sqrt{۳}}{۴}a^۲} = \frac{۲}{۹}$$

(صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۸۰- *«شکیب رجبی»*

$$\frac{\cos ۹۰^\circ - \sin ۲۷۰^\circ - \tan ۱۸۰^\circ}{\cos ۰^\circ - \cot ۲۷۰^\circ + \cot ۹۰^\circ} = \frac{۰-(-۱)-۰}{۱-۰+۰} = ۱$$

(صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی) (مثلثات)

۸۱- *«ابراهیم نجفی»*

نقطهٔ P روی دایرهٔ مثلثاتی است، پس $y_P = \sin\alpha , x_P = \cos\alpha$ و $\tan\alpha = \frac{y_P}{x_P}$ است.

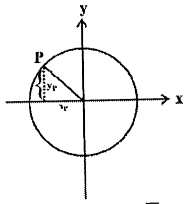
$$\tan\alpha = -\frac{۲\sqrt{۵}}{۵} \Rightarrow \frac{y_P}{x_P} = -\frac{۲\sqrt{۵}}{۵} \Rightarrow y_P = -\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}x_P \quad (۱)$$

$$\xrightarrow{x_P^۲+y_P^۲=۱} (-\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}x_P)^۲ + x_P^۲ = ۱$$

$$\Rightarrow \frac{۴}{۵}x_P^۲ + x_P^۲ = ۱$$

$$\Rightarrow \frac{۹}{۵}x_P^۲ = ۱ \Rightarrow x_P^۲ = \frac{۵}{۹} \Rightarrow x_P = \pm\frac{\sqrt{۵}}{۳}$$

$$\xrightarrow{\alpha \text{ در ناحیه دوم است}} x_P = -\frac{\sqrt{۵}}{۳} \xrightarrow{(۱)} y_P = \frac{۲}{۳}$$



$$P(-\frac{\sqrt{۵}}{۳}, \frac{۲}{۳}) \Rightarrow \text{مجموع مؤلفه‌ها} = \frac{۲-\sqrt{۵}}{۳}$$

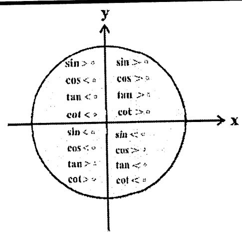
(صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی) (مثلثات)

۸۲- *«وهاب تاردی»*

مطابق شکل زیر، سینوس در ربع‌های اول و دوم دایرهٔ مثلثاتی مثبت است، پس:

$$\sin ۲\alpha > ۰ \Rightarrow \begin{cases} ۰ < ۲\alpha < ۱۸۰^\circ \\ \text{یا} \\ ۳۶۰^\circ < ۲\alpha < ۵۴۰^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۰ < \alpha < ۹۰^\circ \\ \text{یا} \\ ۱۸۰^\circ < \alpha < ۲۷۰^\circ \end{cases} \quad (۱)$$

همچنین مطابق شکل، در ربع‌های اول و چهارم $\sin\alpha , \tan\alpha$ هم‌علامت هستند و $\sin\alpha\tan\alpha > ۰$ می‌شود، یعنی:



$$۰ < \alpha < ۹۰^\circ \text{ یا } ۲۷۰^\circ < \alpha < ۳۶۰^\circ \quad (۲)$$

اشتراک (۱) و (۲) ربع اول دایرهٔ مثلثاتی می شود.

(صفحه‌های ۳۸ تا ۳۹ کتاب درسی) (مثلثات)

۸۳- *«مهری نصرالهی»*

زاویه‌ای که خط L با جهت مثبت محور x ها می‌سازد برابر با ۳۰° است، پس:

$$\text{شیب خط} : m = \tan ۳۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \quad (۱)$$

از طرفی معادلهٔ خط L به صورت زیر است:

$$ay = -۳x + ۴ \Rightarrow y = -\frac{۳}{a}x + \frac{۴}{a} \Rightarrow m = -\frac{۳}{a} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)\text{و}(۲)} -\frac{۳}{a} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow \sqrt{۳}a = -۹ \Rightarrow a = -\frac{۹}{\sqrt{۳}} \times \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}} = -\frac{۹\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\Rightarrow a = -۳\sqrt{۳}$$

(صفحه‌های ۳۲، ۴۰ و ۴۱ کتاب درسی) (مثلثات)

۸۴- *«شکیب رجبی»*

جملهٔ عمومی دنبالهٔ هندسی به‌صورت $a_n = a_۱q^{n-۱}$ است، پس:

$$a_۱q \times a_۱q^۷ = a_۱^۲q^۸ \quad , \quad (۲a_۴)^۲ = (۲a_۱q^۳)^۲ = ۴a_۱^۲q^۶$$

$$\Rightarrow a_۱^۲q^۸ = ۴a_۱^۲q^۶ \Rightarrow q^۲ = ۴ \Rightarrow q = \pm ۲$$

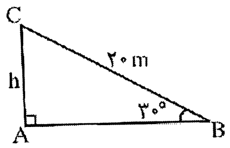
چون دنباله روند افزایشی دارد، پس $q = ۲$ قابل قبول است.

(صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۸۵- *«رحیم مشتاق‌نظم»*

مطابق شکل زیر، داریم:

$$\sin ۳۰^\circ = \frac{AC}{BC} = \frac{h}{۲۰} \Rightarrow h = ۲۰ \times \frac{۱}{۲} = ۱۰m$$



(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۸۶- «رحیم مشتاق‌نظم»

روش اول:

$$\overset{\Delta}{ABH}: \sin A = \frac{BH}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{BH}{۲۰\sqrt{۳}} \Rightarrow BH = ۳۰$$

$$\overset{\Delta}{BCH}: \sin C = \frac{BH}{BC} \Rightarrow \frac{۱}{\sqrt{۲}} = \frac{۳۰}{BC} \Rightarrow BC = ۳۰\sqrt{۲}$$

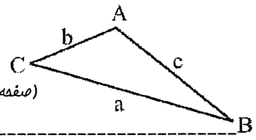
روش دوم: از نکتهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow \frac{۲۰\sqrt{۳}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} = \frac{BC}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}$$

$$\Rightarrow BC = \frac{۶۰}{\sqrt{۲}} = \frac{۶۰\sqrt{۲}}{۲} = ۳۰\sqrt{۲}$$

نکته: در مثلث ABC، رابطهٔ زیر برقرار است:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۸۷- «محمد بحیرایی»

$$\sin B = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \sin ۶۵^\circ = \frac{AC}{۱۰} \Rightarrow ۰/۹ = \frac{AC}{۱۰}$$

$$\Rightarrow AC = ۹$$

فیثاغورس : $AB^۲ = AC^۲ + BC^۲ \Rightarrow ۱۰۰ = ۸۱ + BC^۲$

$$\Rightarrow BC^۲ = ۱۹$$

$$\sin A = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \sin^۲ A = \frac{BC^۲}{AB^۲} = \frac{۱۹}{۱۰۰} = ۰/۱۹$$

$$\Rightarrow ۲\sin^۲ A + ۱ = ۲ \times ۰/۱۹ + ۱ = ۱/۳۸$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۸۸- «هانیه ساعی‌یکتا»

هر دو مثلث ABC و BCD قائم‌الزاویه هستند.

$$BC^۲ = BD^۲ - CD^۲ = ۱۳^۲ - ۱۲^۲ = ۲۵ \Rightarrow BC = ۵$$

$$AB^۲ = BC^۲ - AC^۲ = ۵^۲ - ۴^۲ = ۹ \Rightarrow AB = ۳$$

$$\tan\beta = \frac{\text{ضلع قائمه مقابل به زاویهٔ } \beta}{\text{ضلع قائمه مجاور زاویهٔ } \beta} = \frac{CD}{BC} = \frac{۱۲}{۵}$$

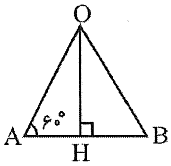
$$\sin\alpha = \frac{\text{ضلع مقابل به زاویهٔ } \alpha}{\text{وتر}} = \frac{AB}{BC} = \frac{۳}{۵}$$

$$\frac{\tan\beta}{\sin\alpha} = \frac{\frac{۱۲}{۵}}{\frac{۳}{۵}} = \frac{۱۲}{۳} = ۴$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱ کتاب درسی) (مثلثات)

۸۹- «علی ارجمند»

با توجه به شکل، شش ضلعی منتظم به ۶ مثلث با مساحت‌های برابر تقسیم شده است که مجموع مساحت ۲ تا از آن‌ها برابر $۱۸\sqrt{۳}$ است. بنابراین خواهیم داشت:



$$S_{OAB} = ۹\sqrt{۳} \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times OH \times AB = ۹\sqrt{۳}$$

$$\xrightarrow{AB=OA} OH \times OA = ۱۸\sqrt{۳}$$

$$\xrightarrow{OA=\frac{OH}{\sin ۶۰^\circ}} OH \times \frac{OH}{\sin ۶۰^\circ} = ۱۸\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow OH^۲ = ۱۸\sqrt{۳} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow OH^۲ = ۲۷ \Rightarrow OH = ۳\sqrt{۳}$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

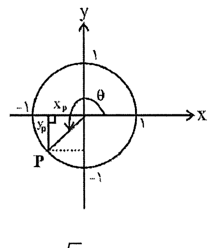
۹۰- «مهدی نصرالهی»

با توجه به آن‌که نقطه P روی دایرهٔ مثلثاتی است، داریم:

$$x_P = \cos\theta = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$x_P^۲ + y_P^۲ = ۱ \Rightarrow y_P = \pm\sqrt{۱ - x_P^۲}$$

$$\xrightarrow{y_P<۰} y_P = \sin\theta = -\sqrt{۱ - x_P^۲} \Rightarrow \sin\theta = -\sqrt{۱ - (\frac{-\sqrt{۳}}{۲})^۲} = -\frac{۱}{۲}$$



$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{y_P}{x_P} = \frac{-\frac{۱}{۲}}{-\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{۱}{\sqrt{۳}}$$

$$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{x_P}{y_P} = \frac{-\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{-\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow \tan\theta + \cot\theta = \frac{۱}{\sqrt{۳}} + \sqrt{۳} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} + \sqrt{۳} = \frac{۴\sqrt{۳}}{۳}$$

(صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی) (مثلثات)
