دفترچه‌ی پاسخ آزمون

۱۷ آذرماه ۹۶

دهم ریاضی

طراحان

فارسی و نگارش	حمید اصفهانی- سپهر حسن‌خان‌پور - سپیده فلّاحی - زهرا قمی
عربی زبان قرآن	امیررضا بزرگ‌نیا- ابراهیم رحمانی‌عرب - سحر سهیل‌مقدم - سیدمحمدعلی مرتضوی
دین و زندگی	محبوبه ابتسام - مرتضی محسنی‌کبیر - فیروز نژادنجف- سیداحسان هندی
زبان‌انگلیسی	عبدالرشید شفیعی- روزبه شهلایی‌مقدم - سپیده عرب- جواد مؤمنی
ریاضی	علی ارجمند- عباس اسدی‌امیرآبادی- حسن تهاجمی- سهیل حسن‌خان‌پور - مهران حسینی- امیر زراندوز- مهسا زمانی- بابک سادات- مجید کریمی- سینا محمدپور- رحیم مشتاق‌نظم- ابراهیم نجفی- امین نصرالله- کریم نصیری
هندسه	مهسا زمانی- محمدطاهر شعاعی- رضا عباسی‌اصل- علی فتح‌آبادی - فرشاد فرامرزی- رحیم مشتاق‌نظم- سینا محمدپور- محمدعلی نادرپور- علیرضا نصرالهی
فیزیک	زهرا احمدیان- ناصر امیدوار- اشکان برزکار- ابراهیم بهادری- اشکان توکلی- زهره رامشینی- حمید زرین‌کفش- هوشنگ غلام‌عابدی- مهدی میراب‌زاده- سیدعلی میرنوری- سیدجلال میری- حسین ناصحی- جهانگیر نوبخت
شیمی	بهزاد تقی‌زاده- رضا جعفری‌فیروزآبادی- پیمان خواجوی مجد- حسن رحمتی‌کوکنده-صفا زمان- منصور سلیمانی‌ملکان- حسین سلیمی- رسول عابدینی‌زواره- محمد عظیمیان‌زواره- رضا فرلفاتی- محمدجواد محسنی- سید سینا مرتضوی- علی مؤیدی- سعید نوری- محمدعلی نیک‌پیما

گزینشگران، مسئولین درس و ویراستاران

نام درس	گزینشگر	مسئول درس	گروه ویراستاری	مسئول درس مستندسازی
فارسی و نگارش	حمید اصفهانی	حمید اصفهانی	سپهر حسن‌خان‌پور	الناز معتمدی
عربی زبان قرآن	رضا معصومی	رضا معصومی	فاطمه منصورخاکی	مهدیه شریفی
دین و زندگی	حامد دوراني	حامد دوراني	صالح احصائی- سیداحسان هندی	زهره قموشی
زبان‌انگلیسی	جواد مؤمنی	جواد مؤمنی	عبدالرشید شفیعی	فاطمه فلاحت پیشه
ریاضی	امین نصرالله	امین نصرالله	هادی پلاور- ایمان چینی‌فروشان- میثم حمزه‌لویی	نرگس شیروئی
هندسه	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	علی ارجمند- هادی پلاور- مهرداد ملوندی	فرزانه خاکپاش
فیزیک	اشکان برزکار	اشکان برزکار	مهدی رضاکاظمی -حمید زرین‌کفش- سید سروش کریمی	آتنه اسفندیاری
شیمی	حسین سلیمی	حسین سلیمی	علی حسنی‌صفت- علی علمداری- سعید هداوند	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیران گروه	محمدعلی مرتضوی (عمومی) - منصوره شاعری (اختصاصی)
مسئولین دفترچه	معصومه شاعری (عمومی)- مانا زمان (اختصاصی)
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر گروه: مریم صالحی مسئولین دفترچه: فرزانه خاکپاش (اختصاصی)- لیلا ایزدی (عمومی)
حروف نگاری و صفحه آرایی	فاطمه علی‌یاری (عمومی) - اعظم عبدالهی شقایق(اختصاصی)
ناظر چاپ	علیرضا سعدآبادی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

ریاضی ۱ (عادی)

۵۱- (کریم نصیری)

گزینه ۱

می‌دانیم واسطه‌ی حسابی اعداد a و b برابر $\frac{a+b}{۲}$ است. بنابراین:

$$۲x+۳=\frac{(۲x-۱)+(x+۴)}{۲}$$

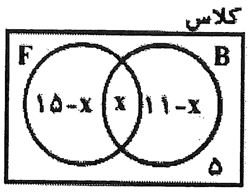
$$\Rightarrow ۲x+۳=\frac{۳x+۳}{۲}\Rightarrow ۴x+۶=۳x+۳\Rightarrow x=-۳$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌ی ۲۳)

۵۲- (موسا زمانی)

گزینه ۲

با توجه به نمودار مقابل داریم:



تیم‌فوتبال: F

تیم بسکتبال: B

$$(۱۵-x)+x+(۱۱-x)+۵=۲۵\Rightarrow x=۶$$

پس تعداد افرادی که فقط فوتبال بازی می‌کنند برابر است با:

$$n(F-B)=n(F)-n(F\cap B)=۱۵-۶=۹$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، مشابه کار در کلاس صفحه‌ی ۱۲)

۵۳- (ابراهیم نجفی)

گزینه ۲

$$A_i=[i-۱,i+۱]\Rightarrow\begin{cases}A_۱=[۰,۲]\\A_۲=[۱,۳]\\A_۳=[۲,۴]\\A_۴=[۳,۵]\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A_۱\cup\dots\cup A_۴=[۰,۵]\\A_۱\cap A_۲\cap A_۳=\{۲\}\end{cases}$$

$$\Rightarrow (A_۱\cup\dots\cup A_۴)-(A_۱\cap A_۲\cap A_۳)=[۰,۵]-\{۲\}$$

این مجموعه شامل اعداد صحیح ۰، ۱، ۳، ۴ و ۵ می‌باشد.

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۵)

۵۴- (حسن نوابجی)

گزینه ۳

$t_۱=\frac{۱}{۴},\ t_۵=\frac{۱}{۸}\Rightarrow$ جملات دنباله: $\frac{۱}{۴}, A, B, C, \frac{۱}{۸}$

راه‌حل اول:

$$\Rightarrow t_۱+۴d=\frac{۱}{۸}\Rightarrow\frac{۱}{۴}+۴d=\frac{۱}{۸}\Rightarrow ۴d=\frac{۱}{۸}-\frac{۱}{۴}\Rightarrow d=\frac{-\frac{۱}{۸}}{\frac{۴}{۱}}=-\frac{۱}{۳۲}$$

$$\Rightarrow A=-\frac{۱}{۳۲}+\frac{۱}{۴}=\frac{۷}{۳۲}\quad B=\frac{۷}{۳۲}-\frac{۱}{۳۲}=\frac{۶}{۳۲}\quad C=\frac{۶}{۳۲}-\frac{۱}{۳۲}=\frac{۵}{۳۲}$$

$$\Rightarrow A+B+C=\frac{۷}{۳۲}+\frac{۶}{۳۲}+\frac{۵}{۳۲}=\frac{۱۸}{۳۲}=\frac{۹}{۱۶}$$

راه‌حل دوم:

$$t_۳=\frac{t_۱+t_۵}{۲}=\frac{(\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸})}{۲}=\frac{۳}{۱۶}$$

$$t_۳=\frac{t_۲+t_۴}{۲}\Rightarrow t_۲+t_۴=۲t_۳=\frac{۶}{۱۶}$$

$$\Rightarrow t_۲+t_۳+t_۴=\frac{۶}{۱۶}+\frac{۳}{۱۶}=\frac{۹}{۱۶}$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌ی ۲۳)

۵۵- (علی ارجمند)

گزینه ۴

$$\text{مساحت}\ \overset{\Delta}{ABC}=\frac{۱}{۲}AB\times BC\times\sin۶۰^\circ=\frac{۱}{۲}BC\times AC\times\sin۴۵^\circ$$

$$\Rightarrow AB\sin۶۰^\circ=AC\sin۴۵^\circ\Rightarrow AC=AB\frac{\sin۶۰^\circ}{\sin۴۵^\circ}$$

$$=۲۰\times\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}=۱۰\sqrt{۶}$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۵۶- (موسا زمانی)

گزینه ۳

$$\begin{cases}t_۳=t_۱r^۲=۹\\t_۶=t_۱r^۵=۷۲\end{cases}\Rightarrow\frac{t_۶}{t_۳}=r^۳=۸\Rightarrow r=۲\Rightarrow t_۱=\frac{۹}{۴}$$

$$t_n=t_۱r^{n-۱}=\frac{۹}{۴}\times۲^{n-۱}\Rightarrow t_{۴۰}=\frac{۹}{۴}\times۲^{۳۹}=۹\times۲^{۳۷}$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۵۷- (مهدی کریمی)

گزینه ۴

$$t_۱+t_۲+t_۳=۲۶\Rightarrow t_۱+t_۱r+t_۱r^۲=۲۶\Rightarrow t_۱(۱+r+r^۲)=۲۶$$

$$t_۳+t_۴+t_۵=۲۳۴\Rightarrow t_۱r^۲+t_۱r^۳+t_۱r^۴=۲۳۴\Rightarrow t_۱r^۲(۱+r+r^۲)=۲۳۴$$

$$\Rightarrow ۲۶r^۲=۲۳۴\Rightarrow r^۲=۹$$

$$\frac{t_۹}{t_۵}=\frac{t_۱r^۸}{t_۱r^۴}=r^۴=(r^۲)^۲=۸۱$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۵۸- (موسا زمانی) گزینه ۱

جملات دنباله‌ی حسابی را با t و جملات دنباله‌ی هندسی را با t' نمایش می‌دهیم:

$$\begin{cases} t_2 = t_1 + d = t'_1 \\ t_4 = t_1 + 3d = t'_2 \\ t_8 = t_1 + 7d = t'_3 \end{cases} \Rightarrow \frac{t'_3}{t'_2} = \frac{t'_2}{t'_1} \Rightarrow t'_3 t'_1 = (t'_2)^2$$

$$\Rightarrow t_1^2 + 8t_1 d + 7d^2 = t_1^2 + 6t_1 d + 9d^2 \Rightarrow 2d^2 - 2t_1 d = 0$$

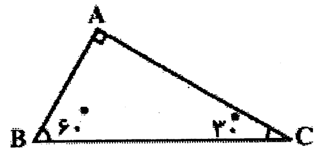
$$\Rightarrow 2d(d - t_1) = 0 \begin{cases} 2d = 0 & \text{غ ق ق} \\ d - t_1 = 0 \Rightarrow d = t_1 & (*) \end{cases}$$

$$\text{قدرنسبت دنباله‌ی هندسی} = \frac{t'_2}{t'_1} = \frac{t_1 + 3d}{t_1 + d} \overset{(*)}{=} \frac{4d}{2d} = 2$$

(ریاضی۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۵۹- (مجید کریمی) گزینه ۲

می‌دانیم اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی یک شش‌ضلعی منتظم، برابر 120° است.

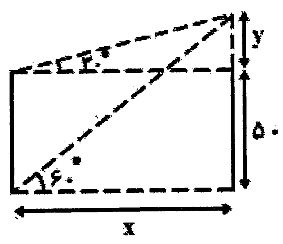


$$\frac{AB}{AC} = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3}{AC} \Rightarrow AC = \frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{3 \times 3\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

(ریاضی۱، مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۶۰- (بابک سادات)



$$\tan 30^\circ = \frac{y}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{y}{x} \Rightarrow x = \frac{3y}{\sqrt{3}} \quad (I)$$

$$\tan 60^\circ = \frac{y+50}{x} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{y+50}{x} \Rightarrow y = \sqrt{3}x - 50 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} y = \sqrt{3}\left(\frac{3y}{\sqrt{3}}\right) - 50 \Rightarrow 2y = 50 \Rightarrow y = 25\,m$$

$$\text{ارتفاع برج دیگر} = 50 + 25 = 75\,m$$

(ریاضی۱، مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۶۱- (سینا محمدپور)

مختصات نقطه‌ی $P(x,y)$ متناظر با زاویه‌ی θ روی دایره‌ی مثلثاتی به صورت $x = \cos\theta$, $y = \sin\theta$ می‌باشد.

لذا $\sin\theta = \frac{12}{13}$ است. از طرفی داریم:

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \Rightarrow \frac{144}{169} + \cos^2\theta = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2\theta = \frac{25}{169} \Rightarrow \begin{cases} \cos\theta = \frac{5}{13} & \text{غ ق ق} \\ \cos\theta = -\frac{5}{13} \end{cases}$$

بنابراین:

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \Rightarrow \tan\theta = \frac{\frac{12}{13}}{-\frac{5}{13}} = -\frac{12}{5}$$

(ریاضی۱، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۶۲- (سهیل حسن‌خان‌پور)

$$1 + \tan^2 240^\circ = \frac{1}{\cos^2 240^\circ} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 240^\circ} = 4 \Rightarrow \cos^2 240^\circ = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \cos 240^\circ = \pm\frac{1}{2}$$

$$180^\circ < 240^\circ < 270^\circ$$

$$\xrightarrow{\text{۲۴۰° در ربع سوم واقع است.}} \cos 240^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\sin^2 240^\circ + \cos^2 240^\circ = 1$$

$$\xrightarrow{\text{۲۴۰° در ربع سوم واقع است.}} \sin 240^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 240^\circ}{1 + \cos 240^\circ} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = -\sqrt{3}$$

(ریاضی۱، مثلثات، مشابه تمرین صفحه‌ی ۴۵)

۶۳- (مهران حسینی)

$$\tan^2 x + \cot^2 x = (\tan x + \cot x)^2 - 2\tan x \cot x$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 = \frac{9}{4} - 2 = \frac{1}{4}$$

(ریاضی۱، مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۶۴- *(ابراهیم نجفی)*

$$\cot\alpha = 2 \xrightarrow{1+\cot^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}} 1+4=\frac{1}{\sin^2\alpha} \Rightarrow \sin^2\alpha=\frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \sin\alpha = \pm\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$\cot\alpha > 0, \cos\alpha < 0 \Rightarrow$ در ناحیه‌ی سوم است. $\alpha \Rightarrow \sin\alpha < 0$

$$\Rightarrow \sin\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}} \xrightarrow{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1 \Rightarrow \cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha}$$

$$\cos^2\alpha = 1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5} \xrightarrow{\cos\alpha<0} \cos\alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sqrt{5}(\cos\alpha - 2\sin\alpha) = \sqrt{5}\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}-2\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\right) = \sqrt{5}(0) = 0$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶)

۶۵- *(علی ارجمند)*

$$\left(\frac{1}{\cos x} - \tan x\right)\left(\frac{1-(1-\sin x)}{1-\sin x}\right) = \left(\frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x}\right)\left(\frac{\sin x}{1-\sin x}\right)$$

$$= \left(\frac{1-\sin x}{\cos x}\right)\left(\frac{\sin x}{1-\sin x}\right) = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۶۶- *(علی ارجمند)*

$$y = \sqrt{3}x + 4 \Rightarrow \tan\alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

با توجه به اینکه خط موردنظر با این خط زاویه‌ی 30° می‌سازد، پس خط موردنظر با جهت مثبت محور xها زاویه‌ی 30° یا 90° دارد. در نتیجه:

$\alpha' = 90^\circ \xrightarrow{(-1,1)} x = -1$:معادله‌ی خط

$$\alpha' = 30^\circ \Rightarrow \tan\alpha' = \frac{\sqrt{3}}{3} \xrightarrow{(-1,1)} y = \frac{\sqrt{3}}{3}(x+1)+1$$

$$\Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3} + 1 \Rightarrow 3y - \sqrt{3}x - (3+\sqrt{3}) = 0$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۶۷- *(امین نصرالله)*

ریشه‌ی سوم ۶۴: $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{(4)^3} = 4$

ریشه‌ی دوم ۸۱: $\pm\sqrt{81} = \pm\sqrt{(9)^2} = \pm 9$

$$\Rightarrow 4x = \pm 9 \Rightarrow x = \pm\frac{9}{4}$$

اعداد منفی ریشه‌ی دوم ندارند، بنابراین:

$x = +\frac{9}{4} \Rightarrow$ ریشه‌ی دوم $\frac{9}{4} = \pm\sqrt{\frac{9}{4}} = \pm\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = \pm\frac{3}{2} = \pm 1/5$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۶۸- *(ابراهیم نجفی)*

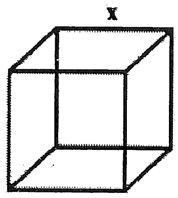
اگر عددی بین ۰ و ۱ باشد، هرچه به توان بزرگ‌تر از یک برسد، کوچک‌تر شده و هرچه از آن ریشه‌ی بزرگ‌تری بگیریم، بزرگ‌تر می‌شود، ولی در هر دو حالت مقدار آن بین ۰ و ۱ خواهد بود.

$$0 < a < 1 \Rightarrow 0 < \cdots < a^3 < a^2 < a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < \cdots < 1$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۶۹- *(کریم نصیری)*

اگر ضلع مکعب را برابر x بگیریم، در این صورت:



$$125 < x^3 < 729 \Rightarrow \sqrt[3]{125} < x < \sqrt[3]{729} \Rightarrow 5 < x < 9$$

بنابراین بیشترین مقدار صحیح برای ضلع مکعب ۸ خواهد بود.

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۷۰- *(سینا محمدپور)*

برای آنکه مشخص کنیم $\sqrt[4]{357}$، بین کدام دو عدد طبیعی متوالی است، داریم:

$$256 < 357 < 625 \Rightarrow 4^4 < 357 < 5^4 \Rightarrow 4 < \sqrt[4]{357} < 4+1$$

در نتیجه $n = 4$.

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

ریاضی ۱ (موازی)

۷۱- *(مهسا زمانی)*

جمله‌ی عمومی برای تعداد نقطه‌ها به صورت n^2 است. پس در شکل ۱۴۰اُم، $140^2 = 19600$ نقطه وجود دارد.

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

-۷۲ (عباس اسدی‌امیرآبادی)

A: اعضاء تیم فوتبال و B: اعضاء تیم تنیس

$$n(U)=35,\ n(A)=15,\ n(B)=13,\ n(A\cap B)=8$$

$$n((A-B)\cup(B-A))=n(A-B)+n(B-A)$$

$$n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)=15-8=7$$

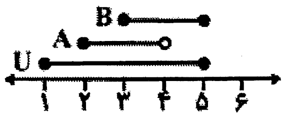
$$n(B-A)=n(B)-n(A\cap B)=13-8=5$$

$$n((A-B)\cup(B-A))=7+5=12$$

(ریاضی۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

-۷۳ (کریم نصیری)

با نمایش مجموعه‌های داده شده روی محور اعداد، داریم:



$$B-A=[4,5]\Rightarrow (B-A)'=[1,4)$$

(ریاضی۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ و ۹)

-۷۴ (ابراهیم نجفی)

$$A_i=[i-1,i+1]\Rightarrow\begin{cases}A_1=[0,2]\\A_2=[1,3]\\A_3=[2,4]\\A_4=[3,5]\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A_1\cup\ldots\cup A_4=[0,5]\\A_1\cap A_2\cap A_3=\{2\}\end{cases}$$

$$\Rightarrow (A_1\cup\ldots\cup A_4)-(A_1\cap A_2\cap A_3)=[0,5]-\{2\}$$

این مجموعه شامل اعداد صحیح ۰، ۱، ۳، ۴ و ۵ می‌باشد.

(ریاضی۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۵)

-۷۵ (حسن تواجهی)

$t_1=\frac{1}{4},\ t_5=\frac{1}{8}\Rightarrow$ جملات دنباله : $\frac{1}{4}, A, B, C, \frac{1}{8}$

راه‌حل اول:

$$\Rightarrow t_1+4d=\frac{1}{8}\Rightarrow\frac{1}{4}+4d=\frac{1}{8}\Rightarrow 4d=\frac{1}{8}-\frac{1}{4}\Rightarrow d=\frac{-\frac{1}{8}}{\frac{4}{1}}=-\frac{1}{32}$$

$$\Rightarrow A=-\frac{1}{32}+\frac{1}{4}=\frac{7}{32},\ B=\frac{7}{32}-\frac{1}{32}=\frac{6}{32},\ C=\frac{6}{32}-\frac{1}{32}=\frac{5}{32}$$

$$\Rightarrow A+B+C=\frac{7}{32}+\frac{6}{32}+\frac{5}{32}=\frac{18}{32}=\frac{9}{16}$$

راه‌حل دوم:

$$t_3=\frac{t_1+t_5}{2}=\frac{(\frac{1}{4}+\frac{1}{8})}{2}=\frac{3}{16}$$

$$t_3=\frac{t_2+t_4}{2}\Rightarrow t_2+t_4=2t_3=\frac{6}{16}$$

$$\Rightarrow t_2+t_3+t_4=\frac{6}{16}+\frac{3}{16}=\frac{9}{16}$$

(ریاضی۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌ی ۲۳)

-۷۶ (امیر زراندوز)

$$(t_1+t_3+t_5+\cdots+t_{19})+40=(t_2+t_4+t_6+\cdots+t_{20})$$

$$\Rightarrow \underbrace{(t_2-t_1)}_{d}+\underbrace{(t_4-t_3)}_{d}+\underbrace{(t_6-t_5)}_{d}+\cdots+\underbrace{(t_{20}-t_{19})}_{d}=40$$

$$\Rightarrow 10d=40\Rightarrow d=4$$

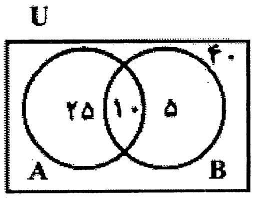
(ریاضی۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

-۷۷ (حسن تواجهی)

راه‌حل اول:

$$\begin{cases}n(U)=80\\n(A)=35,\ n(A-B)=25\Rightarrow n(A\cap B)=10\\n(B')=65\Rightarrow n(B)=80-65=15\end{cases}$$

$$\Rightarrow n(B-A)=5$$



$$\begin{cases}n(A\cup B)=40\\n(B-A)=5\end{cases}\Rightarrow n(A\cup B)-n(B-A)=40-5=35$$

راه‌حل دوم:

$$n(A\cup B)-n(B-A)=[n(A)+n(B)-n(A\cap B)]$$
$$-[n(B)-n(A\cap B)]=n(A)=35$$

(ریاضی۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

-۷۸ (مهسا زمانی)

$$t_1+t_2+t_3=t_1+(t_1+d)+(t_1+2d)=27\Rightarrow 3t_1+3d=27$$

$$\Rightarrow t_1+d=9\ (1)$$

$$t_4+t_5+t_6=(t_1+3d)+(t_1+4d)+(t_1+5d)=63\Rightarrow 3t_1+12d=63$$

$$\Rightarrow t_1+4d=21\ (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} d=4,\ t_1=5$$

$$\Rightarrow t_n=5+4(n-1)=4n+1\Rightarrow t_{99}=4\times 99+1=397$$

(ریاضی۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۷۹-
(مهسا زمانی)

جملات دنباله‌ی حسابی را با t و جملات دنباله‌ی هندسی را با t' نمایش می‌دهیم:

$$\begin{cases} t_2 = t_1 + d = t'_1 \\ t_4 = t_1 + 3d = t'_2 \\ t_8 = t_1 + 7d = t'_3 \end{cases} \Rightarrow \frac{t'_3}{t'_2} = \frac{t'_2}{t'_1} \Rightarrow t'_3 t'_1 = (t'_2)^2$$

$$\Rightarrow t_1^2 + 8t_1 d + 7d^2 = t_1^2 + 6t_1 d + 9d^2 \Rightarrow 2d^2 - 2t_1 d = 0$$

$$\Rightarrow 2d(d - t_1) = 0 \begin{cases} 2d = 0 & \text{غ‌ق‌ق} \\ d - t_1 = 0 \Rightarrow d = t_1 & (*) \end{cases}$$

$$\text{قدر نسبت دنباله‌ی هندسی} = \frac{t'_2}{t'_1} = \frac{t_1 + 3d}{t_1 + d} \overset{(*)}{=} \frac{4d}{2d} = 2$$

(ریاضی۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۲)

۸۰-
(علی ارجمند)

$$\text{مساحت } \overset{\triangle}{ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} BC \times AC \times \sin 45^\circ$$

$$\Rightarrow AB \sin 60^\circ = AC \sin 45^\circ$$

$$\Rightarrow AC = AB \frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = 20 \times \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 10\sqrt{6}$$

(ریاضی۱، مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۸۱-
(مهسا زمانی)

$$\begin{cases} t_3 = t_1 r^2 = 9 \\ t_6 = t_1 r^5 = 72 \end{cases} \Rightarrow \frac{t_6}{t_3} = r^3 = 8 \Rightarrow r = 2 \Rightarrow t_1 = \frac{9}{4}$$

$$t_n = t_1 r^{n-1} = \frac{9}{4} \times 2^{n-1} \Rightarrow t_{30} = \frac{9}{4} \times 2^{29} = 9 \times 2^{27}$$

(ریاضی۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۸۲-
(مجید کریمی)

$$t_1 + t_2 + t_3 = 26 \Rightarrow t_1 + t_1 r + t_1 r^2 = 26 \Rightarrow t_1(1 + r + r^2) = 26$$

$$t_3 + t_4 + t_5 = 234 \Rightarrow t_1 r^2 + t_1 r^3 + t_1 r^4 = 234 \Rightarrow t_1 r^2(1 + r + r^2) = 234$$

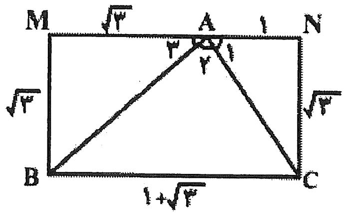
$$\Rightarrow 26r^2 = 234 \Rightarrow r^2 = 9$$

$$\frac{t_9}{t_5} = \frac{t_1 r^8}{t_1 r^4} = r^4 = (r^2)^2 = 81$$

(ریاضی۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۸۳-
(مهسا زمانی)

با توجه به شکل داریم:



$$\tan(\hat{A}_1) = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} \Rightarrow \hat{A}_1 = 60^\circ$$

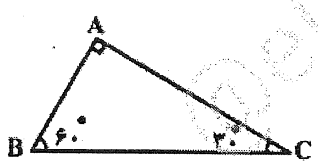
$$\tan(\hat{A}_3) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1 \Rightarrow \hat{A}_3 = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}_2 = 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ) = 75^\circ$$

(ریاضی۱، مثلثات، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۵)

۸۴-
(مجید کریمی)

می‌دانیم اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی یک شش‌ضلعی منتظم، برابر 120° است.



$$\frac{AB}{AC} = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3}{AC} \Rightarrow AC = \frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{3 \times 3\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

(ریاضی۱، مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۸۵-
(سینا محمدپور)

مختصات نقطه‌ی $P(x,y)$ متناظر با زاویه‌ی θ روی دایره‌ی مثلثاتی به صورت $x = \cos\theta$ و $y = \sin\theta$ می‌باشد.

لذا $\sin\theta = \frac{12}{13}$ است. از طرفی داریم:

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \Rightarrow \frac{144}{169} + \cos^2\theta = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2\theta = \frac{25}{169} \Rightarrow \begin{cases} \cos\theta = \frac{5}{13} & \text{غ‌ق‌ق} \\ \cos\theta = -\frac{5}{13} \end{cases}$$

بنابراین:

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \Rightarrow \tan\theta = \frac{\frac{12}{13}}{-\frac{5}{13}} = -\frac{12}{5}$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۸۶- (سهیل حسن‌خان‌پور)

$$1+\tan^2 240^\circ = \frac{1}{\cos^2 240^\circ} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 240^\circ} = 4 \Rightarrow \cos^2 240^\circ = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \cos 240^\circ = \pm\frac{1}{2}$$

$$180^\circ < 240^\circ < 270^\circ$$

$$\xrightarrow{\text{۲۴۰° در ربع سوم واقع است.}} \cos 240^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\sin^2 240^\circ + \cos^2 240^\circ = 1$$

$$\xrightarrow{\text{۲۴۰° در ربع سوم واقع است.}} \sin 240^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 240^\circ}{1+\cos 240^\circ} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1-\frac{1}{2}} = -\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱، مثلثات، مشابه تمرین صفحه‌ی ۳۵)

۸۷- (مهران حسینی)

$$\tan^2 x + \cot^2 x = (\tan x + \cot x)^2 - 2\tan x \cot x$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 = \frac{9}{4} - 2 = \frac{1}{4}$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۸۸- (کریم نصیری)

می‌دانیم:

$$1+\tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

بنابراین:

$$1+\left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow 1+\frac{16}{9} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \frac{25}{9} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

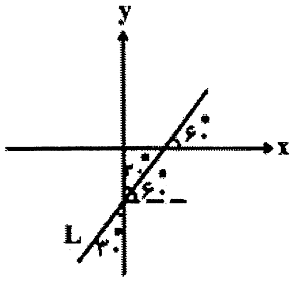
$$\Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{9}{25} \xrightarrow{\alpha \text{ در ناحیه‌ی چهارم قرار دارد.}} \cos\alpha = \frac{3}{5}$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۵)

۸۹- (رحیم مشتاق‌نظم)

با توجه به شکل، خط L با جهت مثبت محور xها زاویه‌ی 60° می‌سازد. بنابراین شیب خط L برابر است با:

$$m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$



بنابراین معادله‌ی خط به صورت $y = \sqrt{3}x + h$ است و L از نقطه‌ی $(2\sqrt{3}, 0)$ می‌گذرد، بنابراین:

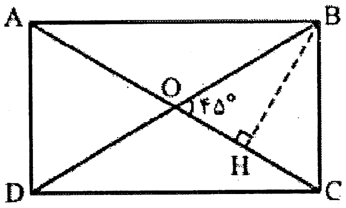
$$(2\sqrt{3}, 0): 0 = \sqrt{3}\times 2\sqrt{3} + h \Rightarrow h = -6$$

پس معادله‌ی خط به صورت $y = \sqrt{3}x - 6$ است.

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۹۰- (سینا محمدپور)

می‌دانیم در مستطیل، قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند.



$$BO = OD = \frac{BD}{2} = 4$$

حال اگر از رأس B، عمود BH را بر قطر AC رسم کنیم، در مثلث قائم‌الزاویه‌ی BHO داریم:

$$\sin 45^\circ = \frac{BH}{BO} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{BH}{4} \Rightarrow BH = 2\sqrt{2}$$

از طرفی مساحت مستطیل، دو برابر مساحت مثلث ABC می‌باشد. بنابراین:

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{1}{2}(AC\cdot BH) = \frac{1}{2}(8\times 2\sqrt{2}) = 8\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = 16\sqrt{2}$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)